

## Didaktischer Kommentar

### Lernpfad: Exponential- und Logarithmusfunktion

Überarbeitung 2011

Kurzinformation	
Schulstufe	10. Schulstufe
Dauer	2 – 3 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Browser mit Java Applets (online und offline), Internet
Technische Voraussetzungen	Java, Internet
Autoren	Gabi Jauck, Andreas Lindner 2009 Andreas Lindner 2011

#### Technische Voraussetzungen

Internet Browser, Java Runtime, Internetzugang, Drucker zum Ausdrucken der Arbeitsblätter.

Der Lernpfad ist so konzipiert, dass er zum größten Teil ohne Internetzugang bearbeitet werden kann.

#### Vorwissen

Die Schüler/innen sollten als Vorwissen mitbringen:

- Sie kennen allgemeine Eigenschaften von reellen Funktionen (z. B. Monotonie, ...)
- Sie können Funktionsgraphen mit Hilfe einer Wertetabelle oder aufgrund ihrer Eigenschaften zeichnen.
- Sie können die Kapitalentwicklung mit der Zinseszinsrechnung nach  $n$  Jahren berechnen.
- Sie können einfache Zusammenhänge wie die Verdopplung einer Anzahl von Bakterien pro Stunde durch eine Formel beschreiben.
- Sie kennen den Begriff der Umkehrfunktion und können den Graph durch Spiegeln an der 1. Mediane ermitteln.

#### Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Exponentielles Anwachsen eines Kapitals bei Zinseszinsrechnung	Die Schüler/innen sollen die Berechnung des Kapitals nach $n$ Jahren wiederholen und anwenden können.



Exponentielle Zunahme der Bakterienanzahl bei prozentuellem Wachstum	Die Schüler/innen sollen die Berechnung der Anzahl von Bakterien nach n Stunden wiederholen und anwenden können.
Festlegung des Begriffs Exponentialfunktion	Die Schüler/innen sollen die Exponentialfunktion als neuen Typ von Funktion mit der Variablen im Exponenten beschreiben können.
Festlegung des Begriffs Exponentialfunktion	Die Schüler/innen sollen die wesentlichen Eigenschaften der Exponentialfunktion wiedergeben können.
Gestalt des Graphen der Exponentialfunktion	Die Schüler/innen sollen den Graphen der Exponentialfunktion für verschiedene Basen zeichnen können.
Einfluss der Basis a und des Faktors c in $f(x) = c \cdot a^x$	Die Schüler/innen sollen den Einfluss der Parameter auf die Gestalt des Graphen kennen.
Gestalt des Graphen der Logarithmusfunktion	Die Schüler/innen sollen den Graphen der Logarithmusfunktion für verschiedene Basen zeichnen können.

### **Genderaspekte**

Vom Beginn an wurde in diesem Lernpfad darauf geachtet, dass die gewählten Beispiele Mädchen und Burschen gleichermaßen ansprechen. Die Einführungsbeispiele *Kapitalentwicklung* und *Bakterienwachstum* bewegen sich im „mittleren Raum“, die Jungen und Mädchen gleichermaßen interessieren. In diesem Fall können die Schüler/innen wählen, welches Thema sie mehr anspricht:

Durch die gezielte Auswahl der Beispiele und Aufgaben soll verhindert werden, dass es zu einer Begünstigung bzw. Benachteiligung von Schülern oder Schülerinnen im Lernprozess kommt.

Während des Lernpfads werden rein mathematische Inhalte durch interaktive Übungen erarbeitet, die durch den hohen Experimentieranteil sowohl Mädchen als auch Burschen animieren sollen.

Durch die vorgeschlagene Lernmethode des Gruppenpuzzles werden unterschiedliche Lernprozesse ermöglicht wie zum Beispiel kooperatives und integratives Lernen, welche beide Geschlechter gleichermaßen ansprechen.

### **Kompetenzen**

Die Schüler/innen erwerben bzw. stärken in diesem Lernpfad eine Reihe von wichtigen Kompetenzen.

Am Ende der Aufzählungen sind in Klammer die Abschnitte des Lernpfads angeführt, in denen die genannten Kompetenzen erworben bzw. noch einmal gefestigt werden können. Es ist zu beachten, dass es sich bei den hier angeführten Kompetenzen nur um eine Auswahl von einigen wichtigen Punkten im Zusammenhang mit Exponentialfunktionen handelt.



### Rechnen, Operieren

- Inhaltsbereich Algebra und Geometrie: *(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme*  
Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können (>Einleitung >Kapitalentwicklung).
- Inhaltsbereich Algebra und Geometrie: *(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme*  
Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können (>Einleitung >Bakterienwachstum).

### Interpretieren

- Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten: *Exponentialfunktion*  
Die Wirkung des Parameters  $a$  in der Funktionsgleichung  $f(x) = a^x$  deuten können (>Untersuchung, Abschnitt 1).
- Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten: *Exponentialfunktion*  
Die Wirkung der Parameter  $c$  und  $a$  in der Funktionsgleichung  $f(x) = c \cdot a^x$  kennen (>Untersuchung, Abschnitt 2).
- Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten: *Exponentialfunktion*  
Charakteristische Eigenschaften der Exponentialfunktion kennen und im Kontext deuten können (>Änderungen  $f(x)$ ).

### Argumentieren, Begründen

- Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten: *Exponentialfunktion*  
Grafisch oder durch eine Gleichung gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen und zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können (>Zuordnungsübung).

## Didaktischer Hintergrund

Dieser Lernpfad bietet einen Einstieg in die Grundlagen zu Exponential- und Logarithmusfunktion.

Aufbauend auf einem bereits aus der Sekundarstufe I vorhandenen diskreten Modell der Kapitalentwicklung für  $n$  ganze Jahre oder der Bakterienanzahl nach  $n$  Stunden wird ein kontinuierliches Modell der Kapitalentwicklung für einen beliebigen Zeitpunkt  $x$  entwickelt. Nach der Untersuchung der Eigenschaften der Exponentialfunktion sollen die Schüler/innen Graphen der Exponentialfunktion für verschiedene Basen zeichnen.

Ein weiterer Schwerpunkt ist das Herausarbeiten des Unterschieds zwischen einer linearen und einer Exponentialfunktion. Dabei wird die Änderung der Funktionswerte untersucht, wenn das Argument um 1 anwächst.

Die Logarithmusfunktion wird nur als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion eingeführt und auf Berechnungen von Logarithmen verzichtet. Ein Zeichnen des Graphen der Logarithmusfunktion mit Hilfe Wertetabellen ist daher nicht möglich, da die notwendigen Funktionswerte noch nicht ermittelt werden können.

Durch interaktive Applets, Übungen, Arbeitsblätter und Aufgaben mit Lösungen sollen die Schüler/innen zum Experimentieren und selbstständigen Arbeiten angeregt werden.

## Unterrichtsorganisation

Lernziele, Zeitplanung und Anforderungen der jeweiligen Lehrkraft müssen den Schüler/innen schriftlich zur Verfügung gestellt werden.

Exemplarisch gibt es als Zusatzmaterial einen **Arbeitsplan** zur individuellen Bearbeitung durch die Lehrperson.

Für die Dokumentation der Lerninhalte durch die Schüler/innen seien exemplarisch zwei



Möglichkeiten angeführt.

*Lerntagebuch:*

Die Schüler/innen notieren laufend im Heft Datum, Titel der Übung, wichtiger Inhalt, persönliche Reflexion sowie alle ausdrücklich schriftlich verlangten Arbeitsaufträge.

*Portfolio bzw. Gruppenportfolio:*

Zusammenstellung der theoretischen Inhalte und ausgewählter Beispiele zu jedem Teilabschnitt (mit Angabe, Durchrechnung, Zeichnung, Antwort) in einer Projektmappe (Papier oder elektronisch möglich).

### **Einsatz im Unterricht**

Grundsätzlich wäre für ein effizientes Arbeiten pro Schüler/Schülerin ein PC notwendig; allerdings ist auch eine Partnerarbeit an einem Gerät bei entsprechender Abstimmung der Lerngeschwindigkeiten der beiden Partner durchaus möglich. Das Arbeiten am Computer wird öfter durch Aufgabenstellungen, die im Heft durchzuführen sind, unterbrochen, weshalb idealerweise für ausreichend freien Arbeitsplatz zwischen den PCs gesorgt sein sollte.

### **Lernmethode Gruppenpuzzle**

Die Abschnitte *Einleitung*, *Vergleich*, *Untersuchung*, *Arbeitsblatt* und *Eigenschaften* können in Form eines Gruppenpuzzles (Expertinnen-/Expertenmodell) durchgeführt werden.

(1) Expertinnen-/Expertenrunde

Die Abschnitte *Einleitung: Kapitalentwicklung* bzw. *Bakterienwachstum* und *Vergleich: Zinseszins* bzw. *Bakterienwachstum* werden von jeweils ein bis zwei Gruppen so erarbeitet, dass jedes Gruppenmitglied in der Lage ist, die wichtigsten Informationen weiterzugeben.

(2) Mischgruppen

Anschließend werden neue Gruppen so zusammengestellt, dass mindestens eine Expertin/ein Experte zu jedem Thema der Gruppe angehört. Die Expert/inn/en wiederholen mit den anderen Gruppenmitgliedern die wichtigsten Inhalte. Anschließend werden in der neuen Gruppe die Abschnitte *Untersuchung*, *Arbeitsblatt* und *Eigenschaften* bearbeitet.

### **Kombination der Medien**

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch interaktive Applets das erforschende Lernen der Schüler/innen zu fördern. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch Zeichnen von Graphen in einem Arbeitsblatt vertieft und gefestigt werden. Viele der Aufgabenstellungen sind eine Verflechtung von Arbeiten am PC und Rechnen mit Papier und Bleistift, wobei die Lösungen der Übungen entweder aus der Konstruktion ersichtlich sind oder explizit als solche angeführt werden.

### **Lernmedien der Schüler/innen**

Computer, Heft, Schreibutensilien.

### **Leistungsfeststellung - Leistungsbeurteilung**

Die Selbstkontrolle erfolgt durch die Schüler/innen, die Kontrolle der Notizen und Arbeitsblätter durch die Lehrperson. Im Rahmen dieses Lernpfades ist kein Prüfungsmodul enthalten, die behandelten Lehrinhalte eignen sich jedoch zur schriftlichen Leistungsfeststellung bei Schularbeiten. Die Aufgabenstellung bleibt dem Lehrer/der Lehrerin überlassen.

