

Unterrichtsplanung zum Thema Einführung in die Integralrechnung

8. Klasse

von
Christina Gassner

zum Lernpfad von
Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck und Andreas Lindner

Fachliche Voraussetzungen:

- Flächenberechnung
- Funktionsgraphen interpretieren können
- Geometrische Summe
- Grenzwert
- Termumformungen
- Sicherer Umgang mit Polynomfunktionen
- Differenzieren
- Beweisschritte nachvollziehen

Methodische Voraussetzungen:

- Informationen selbstständig schriftlich festhalten können
- mit Partner und in Gruppe arbeiten können
- Methoden zur Partner- und Gruppenfindung kennen
- Ergebnisse präsentieren können

Technische Voraussetzungen:

- 1.-3. Einheit: Klassenraum mit 1 PC mit Internetzugang oder 1 PC mit dem installierten Lernpfad, Projektor
4. Einheit: Computerraum mit ausreichend PCs (mit Internetzugang oder mit dem installierten Lernpfad) für Partnerarbeit

Lerninhalte und -ziele:

1. Einheit

Lerninhalt	Lernziel
Einstieg Wasserverbrauch	Alltägliche Beispiele für die Berechnung von krummlinig begrenzten Flächen nennen können.
Unter- und Obersumme	Unter- und Obersummen charakterisieren können. Flächeninhalte näherungsweise mit Unter- und Obersummen berechnen können.

2. Einheit

Lerninhalt	Lernziel
Bestimmtes Integral	Das bestimmte Integral als Grenzwert von Unter- und Obersummen definieren können. Das bestimmte Integral mit Hilfe des Computers berechnen können.
„Negative“ Fläche	Den Unterschied zwischen bestimmtem Integral und Flächeninhalt erklären können.

3. Einheit

Lerninhalt	Lernziel
Flächeninhaltsfunktion	Den Zusammenhang zwischen bestimmtem Integral und Flächeninhaltsfunktionen erklären können.
Stammfunktion	Stammfunktionen bestimmen können. Das bestimmte Integral mit Hilfe von Stammfunktionen berechnen können.

4. Einheit

Lerninhalt	Lernziel
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Die Grundideen des Hauptsatzes nachvollziehen können.
Übungen	Das bestimmte Integral zur Lösung von Beispielen in verschiedenem Kontext anwenden können.

Planung:

Im Folgenden ist eine Planung für 4 Unterrichtsstunden ausgearbeitet. Von der 1. bis zur 3. Einheit wird davon ausgegangen, dass im Klassenraum ein PC mit Projektor zur Verfügung steht. Die Planung dieser Stunden enthält viele Phasen, in denen die Lehrperson im Plenum neuen Stoff erarbeitet und dabei GeoGebra Applets zur Erklärung verwenden kann. Die Seite des Lernpfades, auf der sich das jeweilige Applet befindet, ist in der Spalte „Arbeitsmittel“ kursiv angegeben. In jeder Stunde sind auch Einzel- und Partnerübungen eingeplant, bei denen eine bestimmte Seite des Lernpfades mittels Projektor gezeigt werden muss. Als Arbeitsmittel wird bei allen Schritten das Heft für Mitschriften vorausgesetzt.

Die vierte Einheit ist hauptsächlich eine Übungsstunde, bei der es notwendig ist, dass zumindest jeweils für zwei Schüler ein PC zur Verfügung steht. Da die meisten Beispiele im Heft gelöst werden, muss darauf geachtet werden, dass auf dem Tisch neben dem PC genügend Platz zum Schreiben vorhanden ist.

1. Unterrichtseinheit:

Zeit	Inhalt	Sozial-form	Arbeitsmittel
10'	• Bearbeitung der Übung <i>Wasserverbrauch</i>	EA	Arbeitsblatt <i>Wasserverbrauch</i> (siehe Anhang)
5'	• Diskussion der Lösungen zu zweit	PA	
15'	• Erarbeitung von Unter- und Obersumme mit Hilfe des GeoGebra Applets	Plenum	Lernpfad S. <i>Unter-, Obersumme</i> u. <i>Definition</i>

20'	<ul style="list-style-type: none"> Unter- und Obersumme einer Funktion aufzeichnen und berechnen 	Plenum	Lernpfad S. <i>Unter-, Obersumme-Übung</i>
	<ul style="list-style-type: none"> 2. Beispiel alleine lösen (eventuell 3. Beispiel) 	EA	
Haus- übung	<ul style="list-style-type: none"> Übung <i>Unter-Obersumme mit GeoGebra</i>, Ergebnisse ins Heft schreiben, Dateien abspeichern und eventuell über Lernplattform abgeben 		Lernpfad S. <i>Unter-, Obersumme - GeoGebra</i>

2. Unterrichtseinheit:

Zeit	Inhalt	Sozial- form	Arbeitsmittel
10'	<ul style="list-style-type: none"> Informationssuche mit Bewegung zum Begriff „bestimmtes Integral“. <p>Hinweis: Lückentexte der SchülerInnen müssen stets verdeckt hingelegt werden.</p>	EA	Lückentext (siehe Anhang), Lernpfad S. <i>Bestimmtes Integral</i> 3x ausdrucken und aufhängen
5'	<ul style="list-style-type: none"> Diskussion des bestimmten Integrals mit Hilfe des GeoGebra Applets 	Plenum	Lernpfad S. <i>Bestimmtes Integral</i>
10'	<ul style="list-style-type: none"> Übung Flächenberechnung: Musterbeispiel und Aufgabe a) 	Plenum	Lernpfad S. <i>Bestimmtes Integral-Flächenberechnung</i>
20'	<ul style="list-style-type: none"> Erarbeitung der Bedeutung eines „negativen“ Flächeninhalts mit Hilfe des GeoGebra-Applets 	Plenum	Lernpfad S. „ <i>Negative Fläche</i> “
5'	<ul style="list-style-type: none"> Partnerarbeit: Beantwortung der Fragestellung zum orientierten Flächeninhalt 	PA	Lernpfad S. „ <i>Negative Fläche - orientierter Flächeninhalt</i> “
Haus- übung	<ul style="list-style-type: none"> Übung Flächenberechnung: Aufgabe b)-e), Skizze, Rechenweg und Ergebnisse ins Heft schreiben, Dateien abspeichern und eventuell über Lernplattform abgeben 		Lernpfad S. <i>Bestimmtes Integral-Flächenberechnung</i>

3. Unterrichtseinheit:

Zeit	Inhalt	Sozial- form	Arbeitsmittel
5'	<ul style="list-style-type: none"> Einführung des Begriffs „Flächeninhaltsfunktion“ mit Hilfe des GeoGebra-Applets 	Plenum	Lernpfad S. <i>Flächeninhaltsfunktion</i>
10'	<ul style="list-style-type: none"> Zusammenhang Flächeninhaltsfunktion und bestimmtes Integral mit Hilfe des GeoGebra-Applets 	Plenum	Lernpfad S. <i>Flächeninhaltsfunktion - Fortsetzung</i>
10'	<ul style="list-style-type: none"> Einführung des Begriffs „Stammfunktion“ mit Hilfe des GeoGebra-Applets 	Plenum	Lernpfad S. <i>Stammfunktion</i>

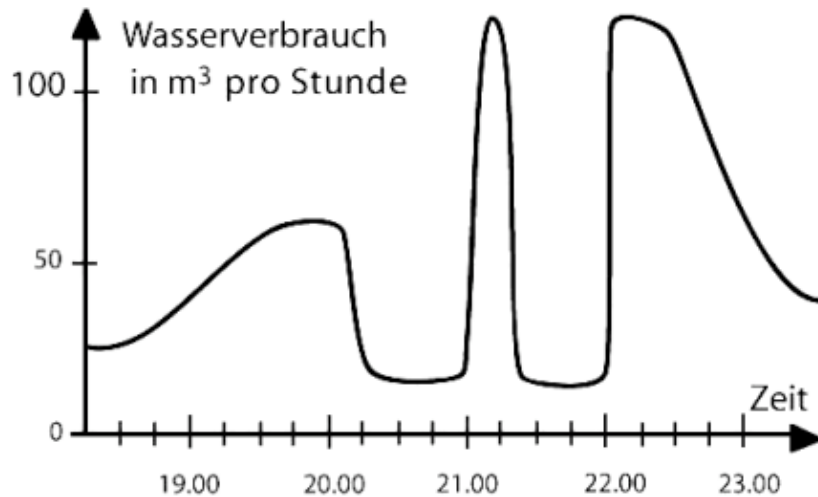
5'	• Suchen einer Stammfunktion anhand eines Musterbeispiels vorzeigen	Plenum	Tafel
10'	• Übung 1: <i>Stammfunktion händisch bestimmen</i>	EA	Lernpfad S. <i>Stammfunktion-Übung1</i>
5'	• Integrationsregeln besprechen (Zusammenhang zu Übung 1 herstellen)	Plenum	Lernpfad S. <i>Stammfunktion-Integrationsregeln</i>
5'	• Integrationsregeln ins Heft übertragen	EA	
Haus- übung	• Übung 2: Anwenden von Integrationsregeln		Lernpfad S. <i>Stammfunktion-Übung2</i>

4. Unterrichtseinheit im Computerraum:

Zeit	Inhalt	Sozial- form	Arbeitsmittel
10'	• Diskussion des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung	Plenum	Lernpfad S. <i>Hauptsatz</i>
40'	• Übung <i>Flächenberechnung mit Stammfunktionen</i>	PA	Lernpfad S. <i>Flächeninhaltsfunktion</i>
	• Übungen <i>Grundstück, Satellit, Hund, Integration mit unbekannten Grenzen</i> und <i>Quizzes</i> in beliebiger Reihenfolge	PA	Lernpfad S. <i>Übungen</i>
Haus- übung	• noch nicht bearbeitete Übungen (<i>Grundstück, Satellit, Hund, Integration mit unbekannten Grenzen</i> und <i>Quizzes</i>): Ergebnisse und Rechenweg ins Heft schreiben		Lernpfad S. <i>Übungen</i>

Wasserverbrauch während einer Fußballübertragung

Am Abend der Fernsehübertragung eines Fußballspiels der Champions League wurde der Wasserverbrauch eines englischen Kleinstädtchens aufgezeichnet.



Aufgaben

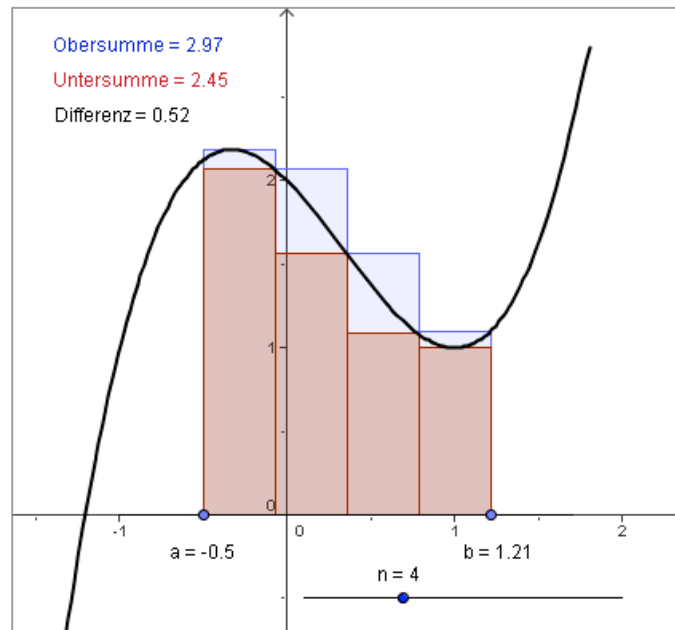
- (a) Wann war die erste Halbzeit zu Ende?
- (b) Wann endete das Spiel?
- (c) Wie groß ist der Gesamtwasserverbrauch während der Pause? Schätze!
- (d) Wie groß ist der Gesamtwasserverbrauch während der Fernsehübertragung? Schätze!
- (e) Erläutere deinen bei (c) und (d) gewählten Weg zur Berechnung des Gesamtwasserverbrauchs.

Lückentext – Bestimmtes Integral

Das bestimmte Integral

In den bisherigen Übungen hast du gesehen, dass für die _____ unter der Funktion $f(x)$ immer gilt:

$$\text{_____} \leq \text{Fläche } A \leq \text{_____}$$



Bei wachsender Anzahl _____ der Rechtecke wird die Breite Δx jedes Rechtecks immer _____ und Unter- und Obersumme nähern sich _____ an. Daher definieren wir die _____ unter der Funktion $f(x)$ im _____ als _____ von Unter- und Obersumme: _____

Diese Fläche heißt **bestimmtes Integral** von $f(x)$ im Intervall $[a, b]$, das wir so schreiben:

$$\text{_____}$$

Das Integralzeichen _____ stellt ein stilisiertes "S" dar und steht für "Summe". Das " dx " steht für die _____ eines Rechtecks wenn _____ gegen _____ geht.

Diese Schreibweise des bestimmten Integrals soll verdeutlichen, dass es sich um den Grenzwert einer _____ handelt.