

Didaktischer Kommentar: Pythagoras

Der Lernpfad wurde zum selbstständigen Erarbeiten der Inhalte konzipiert. Besonderes Augenmerk wurde auf die Verbindung von interaktiven Lernhilfen / Lernobjekten, Dynamischer Geometrie und traditionellen Medien (Buch, Heft, Papier, Schere, etc.) gelegt.

Nach Absolvierung des Lernpfades sollen die Schüler/innen den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren nutzen können und eine Begründung für den Lehrsatz des Pythagoras verstehen können.

Der Lernpfad unterteilt sich in 8 Teilbereiche, wobei die Phasen aufbauend konzipiert sind und linear abgearbeitet werden sollen. Je nach Schulstufe oder Leistungsniveau und zeitliche Planung können Teile des Lernpfades eingesetzt oder weggelassen werden:

Leben des Pythagoras

Dabei sollen die Schüler/innen über die mathematischen Inhalte hinaus durch eine (Internet)-Recherche geschichtliche Zusammenhänge selbst erforschen und auch präsentieren

Seilspanner

Die Schüler/innen werden dazu angeleitet selbst bereits bei den Ägyptern verwendete Zugänge zu rechtwinkligen Dreiecken selbst haptisch und dynamisch nachzuvollziehen und zu beschreiben.

Satz des Pythagoras

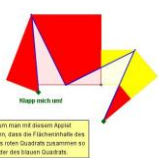
Die Schüler/innen sollen den Pythagoräischen Lehrsatz selbständig erforschen und herleiten.

Dabei wird ausgehend von dynamischen Veränderungen der symmetrischen Situation (gleichschenkeliges rechtwinkliges Dreieck) ein Zugang zum pythagoräische Lehrsatz anschaulich durch Flächendrehung der Kathetenquadrate motiviert und durch Veränderung der Hypothenusenlänge überprüft.

Aus dem Sonderfall wird mit demselben Applet auf allgemeinen rechtwinkligen Dreiecken übergeleitet und eine Vermutung angeregt.

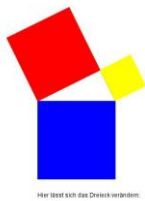
Pythagoras zum Klappen

Mit Hilfe der grauen Punkte kannst du die linke Figur "umklappen".



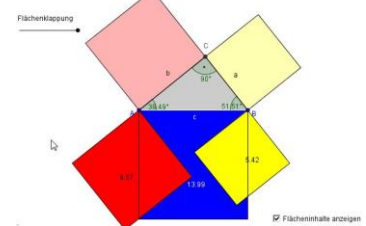
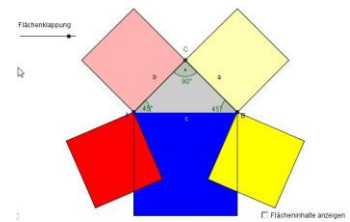
Klapp nach unten

Erkläre, warum man mit diesem Applet hergeleitet kann, dass die Flächeninhalte des gelben und des roten Quadrats zusammen so groß sind wie der des blauen Quadrats.



Hier lässt sich das Dreieck verschieben.

Die Überprüfung und Exaktifizierung wird dynamisch unterstützt (Pythagoras zum Klappen) und der Lehrsatz formuliert.



Beweise

Die Exaktifizierung kann durch verschiedene Niveaus bei der Beweisführung vorgenommen werden.

Dabei werden ein Puzzle zu einem haptischen Nachweis, eine Beweis als Anlass zum Argumentieren, ein anschaulicher Beweis mit dem Kathetensatz und ein algebraischer Beweis angeboten. Damit können verschiedene Beweisniveaus und „Beweismethoden“ kennengelernt werden.



Übungen

Die Übungsaufgaben sind vielschichtig gestaltet und beinhalten neben elementaren Aufgabenstellungen auch Anwendungsbeispiele, ein Lernprogramm, ein Spiel und einen Hot-Potatoes-Quiz.

Zahlentripel und Pythagorasbäume

Diese beiden Angebote dienen der Festigung und Vertiefung. Sie können als Wahlangebote verstanden werden.

Abschluss

Dieser Teilbereich zeigt ein Angebot für die Festigung und Sicherung des Erlernten und die Anwendung.

Kurzinformation	
Schulstufe	8./9. Jahrgangsstufe (3. Klasse AHS / HS)
Dauer	5 Unterrichtsstunden
Unterrichtsfächer	Mathematik, Informatik, Geschichte
Verwendete Medien	GeoGebra-Applets, Java Applets, Internet, eventuell Plattform
Technische Voraussetzungen	Java, eventuell Plattform
Autor/innen	Evelyn Stepancik, Walter Klinger und Reinhard Schmidt

Voraussetzungen

Technische Voraussetzungen:

Umgang mit dem Internet, eventuell einer Lernplattform, GeoGebra und mit einer Präsentationssoftware

Fachliche Voraussetzungen:

Rechtwinkelige Dreiecke, Flächeninhalte von ebenen Figuren, Umgang mit Variablen und Gleichungen

Methodische Voraussetzungen:

Partnerarbeit, Gruppenarbeit, Recherche durchführen können, Informationen selbstständig schriftlich festhalten können sowie Ergebnisse präsentieren können

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Geschichte und Leben von Pythagoras	Persönlichkeiten der Mathematikgeschichte kennen lernen
Herleitung des Satzes von Pythagoras	Geometrische Darstellungen deuten können, Vermutungen anstellen und formulieren können
Beweise für den Satz des Pythagoras	eine Begründung für den Lehrsatz des Pythagoras verstehen können, geometrische Darstellungen interpretieren können



Anwendungen in einfachen Aufgabenstellungen	den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren nutzen können, Variablen als Mittel zum Beschreiben von Sachverhalten und zum Lösen von Problemen verwenden können
Pythagoreische Tripel und Pythagorasbäume	Definitionen und Konstruktionsanleitungen verstehen und damit arbeiten können

Didaktischer Hintergrund

Dieser Lernpfad versucht durch motivierende Beispiele einen selbsttätigen Zugang zu diesem mathematischen Inhalt zu ermöglichen. Die dynamischen Applets dienen dabei einer bestmöglichen Unterstützung der Unterstützung des Lernprozesses. Dabei soll die Schüler/innen zu einem ein hoher Grad an Verantworten für ihren Lernprozess geführt werden. Es wird versucht viele Sinne anzusprechen und unterschiedliche Lernangebote anzubieten.

Genderaspekte

In folgenden Bereichen werden Genderaspekte berücksichtigt:

Es werden/es wird

Inhalte und Material: der Aufgabenkontext bei allen Beispielen neutral gewählt, sodass sowohl Mädchen als auch Burschen gleichermaßen angesprochen werden. Es handelt sich meist um innermathematische Problemstellungen. Die Bilder sind durchwegs geschlechtsneutral.

Genderbewusste Sprache: eine genderbewusste Sprache in allen Texten und Aufgaben verwendet und beide Geschlechter sichtbar gemacht bzw. geschlechtsneutrale Bezeichnungen verwendet

Genderansätze in den Lernmaterialien: es werden an mehreren Stellen interaktive (Experimentier-)Anteile eingesetzt, kreative Lernangebote gemacht, mathematische Inhalte exaktifiziert. Verschiedene Lerntypen werden durch differenzierte Angebote angesprochen.

Kompetenzen

Bei diesem Lernpfad wird er Inhaltsbereich Ebene Figuren bearbeitet; dabei werden Herleitungen durchgeführt und Beweisverfahren eingeübt.

Folgende Handlungsdimensionen kommen im Lernpfad vor:

Darstellen, Modellbilden und Transferieren

Die Schüler/innen übertragen geometrische Eigenheiten in mathematische Sachverhalte (Satz des Pythagoras). Dabei werden technische Hilfsmittel genutzt um diese Übertragung zu unterstützen. Es werden aus bekannten mathematischen Inhalten wie Quadratflächeninhalte, rechtwinkelige Dreiecke, Katheten und Hypotenuse neue Modelle entwickelt.

Rechen und Operieren

Die Schüler/innen wenden den Satz des Pythagoras in ebenen Figuren und in Sachaufgaben an (Übungen).

Kommunizieren und Dokumentieren

Die Schüler/innen analysieren geometrische Sachverhalte, stellen Vermutungen auf, beschreiben und dokumentieren ihren Lernprozess und exaktifizieren die Ergebnisse (Satz des Pythagoras und Beweisen).



Die Schüler/innen holen sich Informationen aus dem Internet zum Leben des Pythagoras (Leben des Pythagoras) und präsentieren diese, außerdem erstellen sie Merkblätter zum Satz von Pythagoras und seinen Anwendungen (Abschluss).

Argumentieren und Begründen

Die Schüler/innen begründen in verschiedenen Pythagorasfiguren die Flächengleichheit der beiden Kathetenquadrate mit dem Hypotenusenquadrat (Satz des Pythagoras). Dabei werden mathematische Argumente verwendet die für oder gegen die Verwendung eines Modells sprechen. Die Schüler/innen vergleichen und bewerten verschiedene Möglichkeiten, den Satz der Pythagoras zu beweisen (Beweise).

Problemlösen

Die Schüler/innen erkunden die Umkehrung des pythagoräischen Lehrsatzes, indem sie Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren untersuchen (Übungen).

Einsatz im Unterricht

Es werden die vorgangsweise für den Unterricht dargestellt und Vorschläge für die Sozialform beim Arbeiten angegeben

Einstieg

Dabei soll eine Internetrecherche und Präsentation zum Leben des Pythagoras (Einzelarbeit) erfolgen.

Inhalte

- geschichtlicher Zugang: Nachvollziehen des Seilspanner-Problems (Partnerarbeit)
- Herleitung des Satzes von Pythagoras in kleinen Lernschritten (Partnerarbeit)
- Beweise: Hier wurde bewusst verschiedene Niveaus eines Beweises angeboten und die Kombination Internet und Papier gewählt. (Einzelarbeit oder Partnerarbeit)
- Anwendung in einfachen Aufgabenstellungen und Einführung der Wurzel (Einzel- oder Partnerarbeit) sowie Anwendung des Pythagoras in ebenen Figuren und einfache Textaufgaben (Einzelarbeit und Partnerarbeit)
- Quiz und Spiel zur Festigung der neu erlernten Begriffe (Einzelarbeit, Partner und Gruppenarbeit)

Herausforderungen

- Pythagoräische Tripel (Wahlaufgabe)
- Pythagorasbäume (Wahlaufgabe)

Zusammenfassung

- Für die Zusammenfassung der Ergebnisse werden 2 Merksätze verfasst.

Unterrichtsorganisation

Der Lernpfad kann als Stationenbetrieb oder als „reine“ eLearning-Sequenz, in der die Schüler/innen ihr neu erworbenes Wissen selbstständig dokumentieren (händisch oder mit dem Computer), durchgeführt werden.

Bei Verwendung einer Lernplattform können Schüler/innen ausgewählte Ergebnisse dort veröffentlichen.



Vorschläge für Pflichtaufgaben:

- Seilspanner (Seil oder Schnur in den Unterricht mitbringen!)
- Satz von Pythagoras (Herleitung)
- Beweis (2 von 4)
- Übungen (Auswahl mit Quiz)
- Anwendung in ebenen Figuren (Lösungen müssen von den Lehrenden vorbereitet werden)
- Zusammenfassung des Gelernten als Abschluss

Vorschläge für Wahlaufgaben:

- Leben von Pythagoras
- Beweisen (2 von 4)
- Übungen (Programm zum Pythagoras und Spiel)
- Zahlentripel (eventuell Erweiterung durch CAS oder Tabellenkalkulation)
- Pythagorasbäume
- Abschluss (mit Lernplakaten)

Zur **Dokumentation** empfiehlt sich das Anlegen einer Projektmappe, die von den Schüler/innen rechtzeitig abgegeben werden muss und nach folgenden Kriterien beurteilt werden kann:

- Vollständigkeit
- Ausführung
- Anzahl der Wahlaufgaben
- Gegebenenfalls – Präsentation zum Leben von Pythagoras
- Usw.

Bei Verwendung einer **Lernplattform** empfiehlt sich auch die Beurteilung der Schüler/innenaktivitäten innerhalb der Plattform.

Zum Beispiel:

- Aktivität im Forum
- Hilfestellung für andere Schüler/innen
- Usw.

Kombination der Medien

Im vorliegenden Lernpfad wird versucht, verschiedene Medien (PC, Heft, Buch, ...) zu kombinieren. Gerade grundlegende geometrische Begriffe müssen auch durch ein haptisches Erleben begriffen werden. Es wird versucht durch den Einsatz von Applets, die mit der Software GeoGebra erstellt wurden, und von interaktiven Internetseiten das selbsttätige Lernen der Schüler/innen zu fördern.

Lernmedien der Schüler/innen

Die Schülerinnen und Schüler arbeiten bei diesem Lernpfad nicht nur mit dem PC, sondern auch haptisch (z.B. mit einem Seil – Seilspanner – oder mit Schere und Papier beim Beweisen), mit Arbeitsblättern und dem Buch.

Dokumentation

Die Schüler/innen finden eine genaue Anleitung zur Dokumentation der Bearbeitung des Lernpfads im Arbeitsplan bzw. im Arbeitsauftrag zur e-Learning-Sequenz. Am besten eignet sich zur Dokumentation eine Projektmappe bzw. ein Portfolio in der/in dem alle Aufzeichnungen gesammelt werden.



Leistungsfeststellung/Leistungsbeurteilung

Bei diesem Lernpfad gibt es verschiedenste Möglichkeiten der Leistungsbeurteilung. Das Arbeiten an den einzelnen Aufgabenstellungen kann im Rahmen der Mitarbeit bewertet werden. Die Präsentation (Leben von Pythagoras) kann je nach Bedarf und Durchführung einen unterschiedlich hohen Stellenwert haben.

Anleitung für Lehrer/innen

Für die Schüler/innen steht ein Arbeitsplan zur Verfügung, mit dem sie den Lernpfad selbständig durchführen können. Entweder ist beim Lernschritt angegeben wie die Kontrolle zu erfolgen hat oder die Schüler/innen haben Informationen zur Selbstkontrolle, Lehrer/innenkontrolle oder Partnerkontrolle am Arbeitsplan.

Der Lernpfad kann auch als e-Learning-Sequenz bearbeitet werden und durch ein Portfolio (e-Portfolio) begleitet werden.

Alle für die Bearbeitung erforderlichen Dateien befinden sich im Downloadbereich beim Lernpfad.

Was hat die Lehrerin/ der Lehrer vor Beginn des Lernpfades zu tun:

- Internetzugang für alle Schüler/innen ermöglichen
- Seil vorbereiten
- Vorlagen für Beweis 1 ausdrucken
- Spiel vorbereiten (Vorlage und Kärtchen folieren)

Zum Abschluss sollen die Dokumentation und/oder Projektmappe der Schüler/innen gemeinsam im Plenum besprochen und kontrolliert werden

