

## Arbeitsplan: Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1



Dieser Arbeitsplan hilft dir, möglichst genau und strukturiert mit dem Lernpfad zu arbeiten. Sobald du einen Arbeitsauftrag erledigt hast, kannst du diesen in der rechten Spalte „Erledigt“ abhaken. Achte aber darauf, dass du jeden Lernschritt genau in deiner Mappe dokumentierst! Du sollst ein sogenanntes Lernprotokoll führen. Schreibe immer eine Überschrift, die Angabe in Kurzform und deine Antwort auf. Fertige wenn nötig eine passende Skizze an, außerdem sollst du notieren, wann du Probleme hattest, was also schwierig aber auch einfach war!

Titel	Arbeitsauftrag	Datum/ Zeit	Sozial- form	Kontrolle	Erledigt <input type="checkbox"/>
<b>Einleitendes Beispiel:</b>					
Einleitung	Arbeite mit deinem/r PartnerIn die Aufgaben 1) bis 4) durch. Notiert die Lösungen dazu in eure Mappe. Vergleicht die Lösungen mit dem Lösungslink. Überlegt euch zu zweit mindestens drei Beispiele aus dem alltäglichen Leben in denen Koordinaten verwendet werden. Notiert diese Beispiele ebenfalls in eure Mappe.		PA	selbst mit Lösungslink	
<b>Pfeile:</b>					
Pfeile	Arbeite die beiden Aufgaben gewissenhaft durch und notier alles genau in deinem Heft, auch den Merksatz am Ende der Seite. Vergleiche die Lösungen anschließend mit einem Mitschüler oder eine Mitschülerin.		EA	MitschülerInnen	
Pfeile und Vektoren	Arbeite die Aufgabe genau durch. Versuch die Aufgaben so gut wie möglich zu lösen. Notiere die Lösungen in deine Mappe.		EA	selbst mit Lösungslink	

Zusammenfassung	Vergleiche deine Lösung der vorherigen Aufgabe mit dieser Zusammenfassung. Erweitere, falls nötig, deine Mitschrift, sodass du beide Berechnungen übersichtlich in der Mappe stehen hast.		EA	selbst mit Zusammenfassung	
Aufgabe	Arbeite dich nun durch die Aufgabenstellungen 1) bis 4) durch. Skizziere dazu deine Beispiele in deiner Mappe.		EA		
Länge eines Pfeils	Arbeite diese Seite zum Thema Länge eines Pfeils genau durch und löse die Aufgabenstellung. Mach notwendige Skizzen sowie Notizen in deine Mappe.		EA	selbst mit Lösungslink	
Aufgabe	Bearbeite nun mit einem Partner oder einer Partnerin beide Aufgabenstellungen. Der Jüngere von euch beiden bearbeitet die erste, der Ältere die zweite Aufgabe. Anschließend erklärt ihr euch gegenseitig die Beispiele und macht Notizen sowie Skizzen in eure Mappe.		PA	selbst mit Lösungslink	
<b>Schiebung:</b>					
Schiebung	Versuche nun beide Aufgabenstellungen selbstständig und genau durchzuarbeiten. Notiere alles genau in deinem Heft. Vergleiche anschließend mit einem/r PartnerIn die Lösungen der Aufgaben.		EA	MitschülerIn sowie mit Lösungslink	
<b>Rechenarten:</b>					
Vektoraddition	Bearbeite nun gemeinsam mit einem/r PartnerIn die Aufgabe. Versucht die Aufgabe möglichst gut zu lösen. Notiert alles genauestens in eure Mappe.		PA	selbst mit Lösungslink	
Aufgabe	Versucht diese Aufgabe ebenfalls gemeinsam zu bearbeiten. Schreibt alles in eure Mappe inklusive Skizze.		PA		
Definition	Vergleiche nun selbstständig die Definition der Addition von zwei Vektoren mit eurer Vermutung. Ergänze wenn nötig deine Mitschrift. Löse anschließend die Aufgabe darunter.		EA	selbst mit Definition/ selbst mit Lösungslink	

Gegenvektor	Arbeite selbstständig und genau diese Seite durch. Notiere alles genau in deine Mappe. Besprich anschließend diese Seite mit einem/r PartnerIn.		EA	MitschülerIn	
Vektor-subtraktion	Arbeite alleine die Aufgabenstellung der Vektorsubtraktion durch. Versuche möglichst gewissenhaft deine Lösungen in die Mappe zu schreiben. Besprich anschließend diese Aufgabe mit einem/r PartnerIn.		EA	selbst mit Lösungslink	
Definition	Vergleiche nun die Definition der Vektorsubtraktion mit deiner Vermutung aus der vorherigen Aufgabe, ergänze deine Mitschrift wenn nötig. Löse die Aufgabe darunter.		EA	selbst mit Lösungslink	
Aufgabe	Versuche diese Aufgabe zu lösen. Mach diese Aufgabe für 10 verschiedene „u“. Notiere die richtigen Antworten und die dazugehörige Zeit (wird in einem Pop-up Fenster angezeigt).		EA	selbst mit „überprüfe“	
Rechenregeln	Bearbeite gemeinsam mit einem/r PartnerIn die Rechenregeln a) bis f). Der/Die Größere bearbeitet die Regeln a), c) und e), der/die Kleinere die Regeln b), d) und f). Erklärt euch anschließend gegenseitig die Rechenregeln. Skizziert euch diese in die Mappe.		PA		
Aufgabe	Löse nun die Aufgaben a) bis f). Mach eine Skizze zu jeder Rechenregel. Vergleiche anschließend mit einem/r PartnerIn. Du kannst die Rechenregeln auch mit GeoGebra zeichnen (öffne dazu ein neues Zeichenblatt und druck es anschließend aus).		EA	MitschülerIn	
<b>Vielfaches von Vektoren:</b>					
Vielfaches	Arbeite diese Seite zum Thema Vielfaches von Vektoren genau durch und notiere alle Lösungen zur Aufgabe in deine Mappe.		EA	selbst mit Lösungslink	
Anwendung	Bearbeite dieses Anwendungsbeispiel mit einem/r PartnerIn.		PA	selbst mit Lösungslink	
<b>Parallele Vektoren:</b>					

Parallele Vektoren	Arbeite gemeinsam mit einem/r PartnerIn diese Seite durch. Versuche möglichst genau alles ein der Mappe zu dokumentieren.		PA	selbst mit Lösungslink	
Aufgabe	Löse diese Aufgabe gewissenhaft und vergleiche die Lösung anschließend mit einem/r PartnerIn.		EA	MitschülerInnen	

## Projektablauf zu den Anwendungsbeispielen: Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1



Im folgenden wird der Projektablauf der noch zu erarbeitenden Anwendungsbeispiele aus dem Lernpfad Vektorrechnung in der Ebene ,Teil 1 erklärt.

Titel	Arbeitsauftrag	Datum/Zeit	Sozial- form	Kontrolle	Präsentation <input checked="" type="checkbox"/>
<b>Einteilung der Gruppen</b>					
Einteilung	Prinzip des Abzählens: Es wird der Reihe nach von 1 bis 4 abgezählt. Die SchülerInnen mit der gleichen Zahl bilden je eine Gruppe.		GA		
<b>Gruppe Nummer 1</b>					
Beleuchtung	Erarbeitet als erstes das einführende Beispiel (Einleitung). Anschließend beschäftigt ihr euch mit dem Anwendungsbeispiel Beleuchtung. Versucht dieses Beispiel möglichst gut vorzubereiten und zu verstehen, sodass ihr anschließend eine Präsentation vor euren MitschülerInnen machen könnt. Gestaltet dazu ein Plakat. Ihr könnt auch einen Beamer verwenden, wenn ihr für eure Präsentation das interaktive Applet verwenden möchtet.		GA		
<b>Gruppe Nummer 2</b>					
Laterne	Erarbeitet als erstes das einführende Beispiel (Einleitung). Anschließend beschäftigt ihr euch mit dem Anwendungsbeispiel Laterne. Versucht dieses Beispiel möglichst gut vorzubereiten und zu verstehen, sodass ihr anschließend eine Präsentation vor euren MitschülerInnen machen könnt. Gestaltet dazu ein Plakat. Ihr könnt auch einen Beamer verwenden, wenn ihr für eure Präsentation		GA		

	das interaktive Applet verwenden möchte.				
<b>Gruppe Nummer 3</b>					
Schiefe Ebene	Erarbeitet als erstes das einführende Beispiel (Einleitung). Anschließend beschäftigt ihr euch mit dem Anwendungsbeispiel Schiefe Ebene. Versucht dieses Beispiel möglichst gut vorzubereiten und zu verstehen, sodass ihr anschließend eine Präsentation vor euren MitschülerInnen machen könnt. Gestaltet dazu ein Plakat. Ihr könnt auch einen Beamer verwenden, wenn ihr für eure Präsentation das interaktive Applet verwenden möchte.		GA		
<b>Gruppe Nummer 4</b>					
Kräftegleichgewicht	Erarbeitet als erstes das einführende Beispiel (Einleitung). Anschließend beschäftigt ihr euch mit dem Anwendungsbeispiel Kräftegleichgewicht. Versucht dieses Beispiel möglichst gut vorzubereiten und zu verstehen, sodass ihr anschließend eine Präsentation vor euren MitschülerInnen machen könnt. Gestaltet dazu ein Plakat. Ihr könnt auch einen Beamer verwenden, wenn ihr für eure Präsentation das interaktive Applet verwenden möchte.		GA		

## Lösung: Arbeitsblatt – Vektorrechnung

### Was ist ein Vektor?

Ein Vektor wird durch ein Zahlenpaar dargestellt. Man kann einen Vektor  $\vec{v}$  in einer Spaltenform oder in einer Zeilenform angeben.

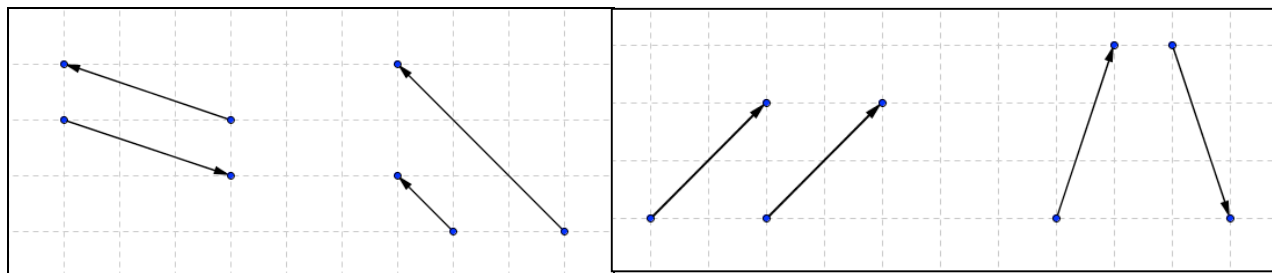
Geometrisch wird ein Vektor durch einen Pfeil mit Anfangspunkt A und Endpunkt E dargestellt.

Man kann stets aus zwei Punkten einen Vektor ermitteln.

Schreib diesen Rechenvorgang in allgemeiner Schreibweise mit  $A=(x_A|y_A)$  und  $B=(x_B|y_B)$  auf:

Verschiedene Pfeile repräsentieren denselben Vektor, wenn sie gleich lang, parallel und gleich orientiert sind.

Beischreibe die unten abgebildeten Pfeile:



.....

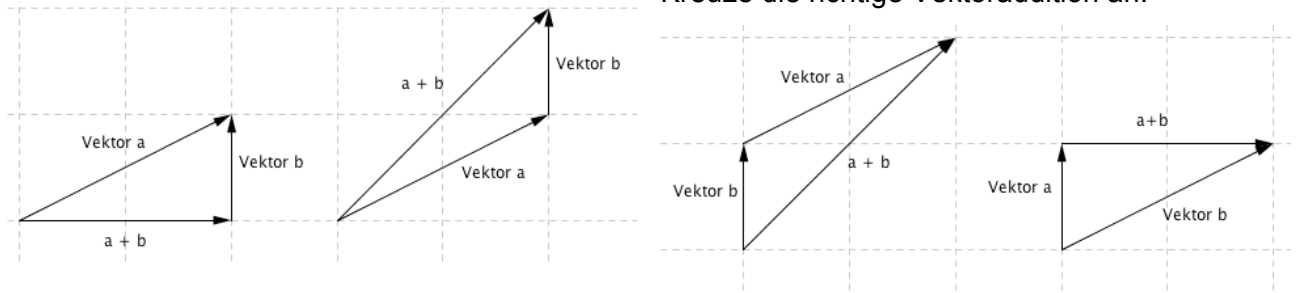
.....

.....

.....

Der Betrag eines Vektors  $\vec{v}$  ergibt die Länge des Vektors  $\vec{v}$ .

## Addition und Subtraktion eines Vektors



Der Vektor  $-\vec{v}$  heißt Gegenvektor und ist zum Vektor  $\vec{v}$  entgegengesetzt.

Zwei Vektoren  $\vec{v}$  und  $\vec{w}$  werden subtrahiert, in dem man Vektor  $\vec{v}$  mit dem Gegenvektor von  $\vec{w}$  addiert. Schreibe diesen Rechengang allgemein auf:

Mit Vektoren kann man in Hinblick auf Addition und Subtraktion wie mit reellen Zahlen rechnen, es gelten dieselben Rechenregeln!

## Vielfaches von Vektoren / Parallele Vektoren

Wird ein Vektor  $\vec{v}$  mit einer Zahl  $t$  multipliziert, spricht man von einer Skalarmultiplikation.

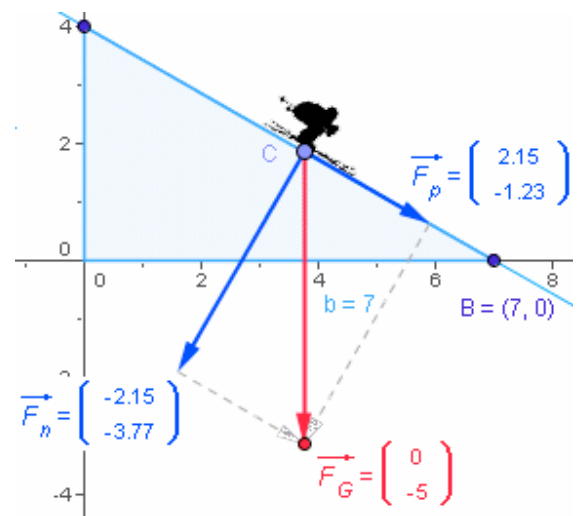
$\vec{w} = t \cdot \vec{v}$  Der Vektor  $\vec{w}$  ist dabei ein Vielfaches des Vektors  $\vec{v}$ .

Vektoren, welche sich nur durch eine Multiplikation mit einem Skalar  $t$  unterscheiden, sind parallel.



## Didaktischer Kommentar: Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1

Dieser Lernpfad bietet einen Einstieg in die Grundlagen der Vektorrechnung. Durch interaktive Applets, Übungen und Aufgaben mit Lösungen sollen die SchülerInnen die Darstellung von Vektoren und das Rechnen mit diesen erlernen. In mehreren Anwendungsbeispielen aus der Physik sollen die Notwendigkeit und die Einsatzmöglichkeiten für das Rechnen mit Vektoren erläutert werden, wobei auf eine Kombination von Lernen am Computer und mit Heft bzw. Mappe Wert gelegt wird. Eine Anleitung zum Arbeiten mit Vektoren in GeoGebra runden das Angebot ab.



Kurzinformation	
Schulstufe	9. Schulstufe
Dauer	6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (DGS)
Technische Voraussetzungen	Java
Autoren	Andreas Lindner, Markus Hohenwarter, Thomas Himmelbauer, Anita Dorfmayr, Ramona Weilhartner

### Voraussetzungen

- technische Voraussetzungen: Java (kostenlos von [www.java.com](http://www.java.com)), Internet, eventuell GeoGebra (kostenlos von [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at))
- technisches Vorwissen: Elementarer Umgang mit dem Computer, Verwendung von dynamischen Applets
- fachliche Voraussetzungen: Vektorrechnung im R2 auf elementarem Niveau
- Vorwissen der SchülerInnen: ablesen von Koordinaten, zeichnen von Punkten, Grundrechnungsarten, Umfang Vielecke (Dreieck, Parallelogramm)

## **Lerninhalte und Lernziele**

<b>Lerninhalt</b>	<b>Lernziel</b>
<b>Einleitung</b> Weg und Geschwindigkeit eines Zuges	Die Notwendigkeit für die Einführung von gerichteten Größen verstehen.
<b>Pfeile</b> Pfeile Länge eines Pfeils Pfeile / Vektoren	Die koordinatenweise Schreibweise für Vektoren verwenden können. Die Unterscheidung zwischen Pfeil und Vektor wiedergeben können. Die Länge eines Pfeiles berechnen können.
<b>Schiebung</b>	Vektoren als Mittel zur Schiebung einsetzen können.
<b>Rechenarten</b> Vektoraddition Gegenvektor Vektorsubtraktion Rechenregeln	Die grundlegenden Rechenarten Addition und Subtraktion rechnerisch und graphisch beherrschen. Den Gegenvektor zu einem gegebenen Vektor rechnerisch und graphisch bestimmen können.
<b>Anwendungen</b> Einleitung Beleuchtung Laterne Schiefe Ebene Kräftegleichgewicht	Vektoren in Komponenten zerlegen können und die Einsatzmöglichkeiten in der Technik verstehen.
<b>Vielfaches</b>	Die Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar rechnerisch nachvollziehen und graphisch interpretieren können.
<b>Parallele Vektoren</b>	Parallele Vektoren rechnerisch nachvollziehen und graphisch interpretieren können.
<b>Übungen</b> Vektoren ablesen Vektor zeichnen Vektoren addieren Kommutativgesetz	Durch die Übungen die Rechensicherheit im Umgang mit Vektoren erhöhen.
<b>Anleitungen</b>	Die Anleitungen verwenden und effizient einsetzen können

## **Genderaspekte**

In folgenden Bereichen wurden Genderaspekte berücksichtigt:  
Es werden/es wird

### **Inhalt und Material**

- an den Interessen beider Geschlechter angeknüpft
- geschlechtersensitive bzw. geschlechtsneutrale Bilder verwendet

### **Genderbewusste Sprache**

- eine genderbewusste Sprache in allen Texten und Aufgaben verwendet
- in der Sprache und beim Sprechen beide Geschlechter sichtbar gemacht und / oder geschlechtsneutrale Begriffe verwendet
- weibliche und männliche und / oder geschlechtsneutrale Sprachformen verwendet

### **Genderansätze in den Lernmaterialien**

- sind an den Lebenswelten von SchülerInnen angelehnt (Zug, Skifahren, Hundeleine etc.)
- interaktive (Experimentier-)Anteile eingesetzt
- kreative Lernfortschrittsüberprüfungen angeboten
- verschiedene Lerntypen angesprochen
- verschiedene Sozialformen eingesetzt
- die mathematischen Inhalte schrittweise exaktifiziert

## **Kompetenzen**

Folgende Handlungsdimensionen kommen im Lernpfad vor, dabei ist in Klammer angegeben, wo die Kompetenzen im Lernpfad zu finden sind:

### **Rechnen, Operieren**

- Mit Vektoren addieren, subtrahieren und mit einem Skalar multiplizieren können (Vektoraddition, Vektorsubtraktion, Vielfaches, Parallele Vektoren).
- Vektoren, Punkte und Pfeile aus den interaktiven Applets ablesen können und damit rechnen können (im gesamten Lernpfad).

### **Darstellen, Modellieren**

- Definition der Addition, Subtraktion und der Multiplikation mit einem Skalar kennen (Aufgabe der Vektoraddition, der Subtraktion, des Vielfachen).
- Alle Rechenoperationen verständlich einsetzen können (in den Aufgaben der Rechenregeln sowie in den Anwendungsbeispielen).
- Vektoren geometrisch, als Punkte bzw. Pfeile darstellen können (gesamter Lernpfad).

### **Interpretieren/ Dokumentieren**

- Vektoraddition, Vektorsubtraktion und Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar verständlich einsetzen und deuten können (Aufgabe der Addition); Aufgabe der Subtraktion – Aufgabe (Vektortest); Aufgabe Vielfaches von Vektoren)
- Vektoren als Zahlentupel verständlich einsetzen und im Kontext interpretieren können (Einleitung)
- Vektoren als Punkte bzw. Pfeile interpretieren können (Pfeile; Rechenarten; Anwendungen)

## **Argumentieren, Begründen**

Grundsätzlich sind SchülerInnen dazu aufgefordert, im gesamten Lernpfad Fragen zu interaktiven Übungen zu beantworten und ihre Antworten zu begründen. Besonders bei den Anwendungsbeispielen müssen SchülerInnen mathematische Argumente nennen können, bzw. Begründungen schriftlich festhalten.

## **Einsatz im Unterricht**

Bei den Materialien zu diesem Lernpfad finden Sie zwei ausgearbeitete Vorschläge zum Einsatz des Lernpfades im Unterricht. Für diese beiden Unterrichtsvorschläge ist die Führung einer Projektmappe vorgesehen. Diese Projektmappe besteht aus einem Deckblatt, einer Bedienungsanleitung, einem Arbeitsplan, Liste für Hausübungsbeispiele, einem Arbeitsblatt, sowie einer Checkliste. Die Bedienungsanleitung für SchülerInnen beinhaltet eine Auflistung aller notwendigen Dokumente für die Projektmappe und eine Formulierung der Lernziele. Der Arbeitsplan gibt den SchülerInnen genaue Anweisung zum Arbeiten mit dem Lernpfad. Die Liste für Hausübungsbeispiele besteht lediglich aus einem Raster. Sie können somit selbst entscheiden welche Beispiele Sie (als Vertiefung) den SchülerInnen aufgeben wollen. Das Arbeitsblatt zum Lernpfad beinhaltet alle wichtigen Informationen, welche SchülerInnen nach dem Arbeiten mit dem Lernpfad besitzen sollen. Die Lösung dazu befindet sich am Ende der Datei Info\_Lehrer.pdf. Die Checkliste soll, im Hinblick auf die Reifeprüfung, für SchülerInnen eine abschließende Kontrolle sein. Sie können damit nochmal das erworbene Wissen kontrollieren.

### **1. Unterrichtsvorschlag:**

Dieser Unterrichtsvorschlag besteht aus einer Lernspirale nach Klippert. Der Inhalt des Lernpfades wurde in einzelne Arbeitsinseln aufgeteilt, und wird durch ein sehr abwechslungsreiches Arbeiten zu zweit oder alleine erarbeitet. Die Datei Info\_Schueler.pdf beinhaltet alle notwendigen Dateien für Ihre SchülerInnen.

### **2. Unterrichtsvorschlag:**

Dieser Unterrichtsvorschlag beinhaltet ebenfalls ein sehr abwechslungsreiches Arbeiten zu zweit oder alleine. Dieser Vorschlag unterscheidet sich zum ersten Unterrichtsentwurf darin, dass die Aufteilung der Einzel- und Partnerarbeit etwas anders erfolgte. Außerdem ist abschließend ein Projekt vorgesehen, bei welchen SchülerInnen die Anwendungsbeispiele aus der Physik selbständig ausarbeiten sollen. Die Datei\_Schueler.pdf beinhaltet, wie beim ersten Vorschlag, alle notwendigen Dateien für SchülerInnen.

Selbstverständlich steht es Ihnen frei, diesen Vorschlag Ihren eigenen Bedürfnissen und Vorlieben anzupassen. Beim Einsatz dieses Lernpfades stehen Sie als Lehrperson Ihren SchülerInnen als Moderator mit Hilfestellungen zur Seite und organisieren den Ablauf (z.B. Wechsel der Sozialform, Gruppeneinteilung, ...).

Für den Einsatz des Lernpfades im Unterricht sind verschiedene Szenarien denkbar:

- Einzelarbeit an einem PC
- Partnerarbeit an einem PC
- Stationenbetrieb mit mehreren PCs, bei denen jede Station aus einem Teil des Lernpfades besteht

Es ist nicht notwendig, dass der Lernpfad in aufeinanderfolgenden Stunden bearbeitet wird. In der Regel wird dies von der Verfügbarkeit von Computern abhängen. Inhaltlich steht es Ihnen frei, bestimmte Teile aus dem Lernpfad auszuwählen, die Reihenfolge ihrer Behandlung im Unterricht zu verändern oder Ihren SchülerInnen nur bestimmte Übungen bearbeiten zu lassen. In diesem Lernpfad wechseln sich Arbeiten am Computer und im Heft ab. Daher sollte auf den Tischen neben den Computern genügend Platz zum Schreiben vorhanden sein.

### ***Kombination der Medien***

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch interaktive Applets das erforschende Lernen der SchülerInnen zu fördern. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen vertieft und gefestigt werden. Viele der Aufgabenstellungen sind eine Verflechtung von Arbeiten am Computer und Rechnen mit Papier und Bleistift, wobei die Lösungen der Übungen entweder aus der Konstruktion ersichtlich sind oder an geeigneter Stelle angeführt werden.

Besonders wichtig für die Ergebnissicherung sind neben der Arbeit am Computer daher auch Diskussionen in Kleingruppen und mit der ganzen Klasse.

### ***Lernmedien der SchülerInnen***

Die SchülerInnen arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Sie sollen auch Definitionen und Ergebnisse von Übungen im Heft festhalten - auf diese Art kann ein Lerntagebuch zur Vektorrechnung entstehen.

### ***Leistungsbeurteilung***

Die Ergebnisse der SchülerInnen sollten als Basis für Diskussionen und Zusammenfassungen in Gruppen oder der ganzen Klasse verwendet werden, wobei die Mitarbeit der einzelnen SchülerInnen bewertet werden kann. Weitere Möglichkeiten zur Leistungsbeurteilung sind das Absammeln der Hefte, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in einer Lernplattform oder auch eine schriftliche Überprüfung der Mitarbeit am Ende des Lernpfades.

Die Leistungsbeurteilung hängt natürlich sehr stark davon ab, wie Sie den Lernpfad im Unterricht einsetzen. So wird sich die Beurteilung prinzipiell beim Einsatz einer Lernplattform auf andere Kriterien stützen müssen als beim Einsatz des Lernpfades zur Wiederholung und Festigung eines schon größtenteils bekannten Lerninhalts.