

Themenbereich	
Differentialrechnung, Extremwertaufgabe	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
<ul style="list-style-type: none"> • Extremaufgabe • Variation des Fermat-Problems 	TI-92 (B0412a)
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	B0410, B0411
Lehrplanbezug (Österreich):	7. Klasse
Quelle: D. Brandt, Anwendungsorientierte Aufgaben mit dem TI-92, Tagungsband 1999, T ³ -Deutschland	

Vogelschutzgebiet

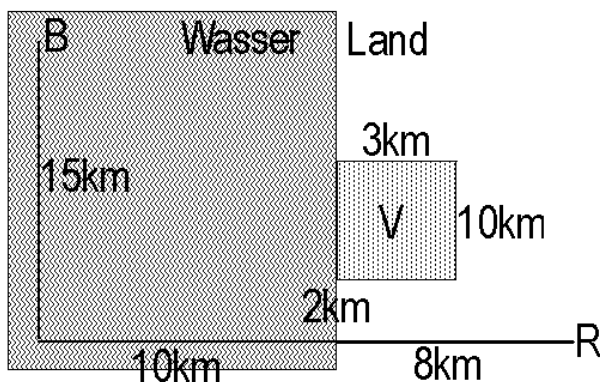
Angabe:

Von einer Bohrinsel B soll zu einer Raffinerie R eine Pipeline verlegt werden. Jeder Kilometer im Wasser kostet € 850000, über Land € 400000.

Fragen:

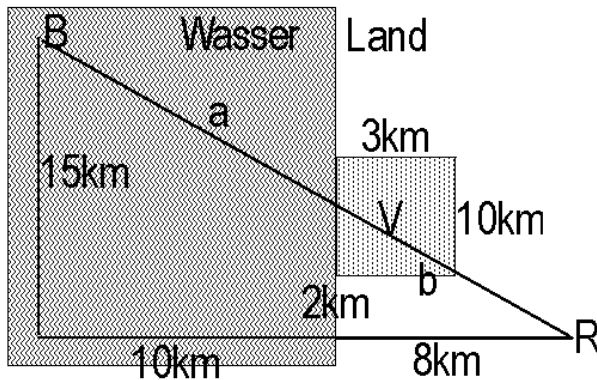
- 1) Wie groß sind die Kosten bei einer geradlinigen Verbindung von B nach R ?
- 2) Wie ist die Pipeline zu verlegen, damit die Verlegungskosten minimal sind?
- 3) Noch während der Planung wird ein Streifen entlang der Küste (siehe Zeichnung V) zum Vogelschutzgebiet erklärt. Wie soll die Pipeline jetzt gebaut werden.

Zeichnung:

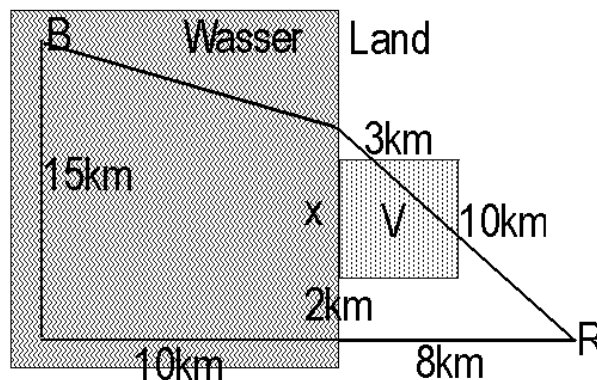
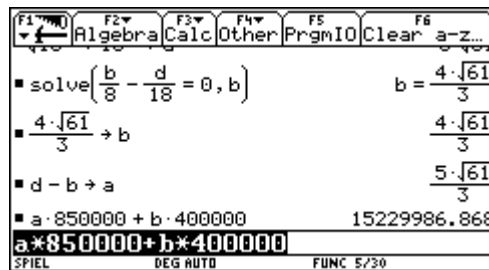
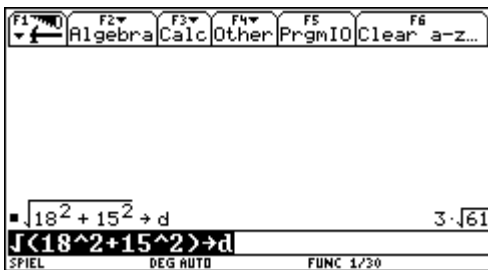


Ausarbeitung (System: TI-92)

ad 1)



Mit dem Satz von Pythagoras können wir die gesamte Distanz d von R bis B berechnen. Danach ermitteln wir die Aufteilung in a (zu Wasser) und b (zu Land) mit Hilfe des Strahlensatzes (Strecke b zur Strecke 8 km sowie Strecke d zur Strecke 18 km). Danach können wir a und b mit den entsprechenden Kosten multiplizieren und erhalten die Gesamtkosten zu € 15 230 000 (gerundet).



ad 2)

Die Kosten betragen nun: $850000 \cdot \sqrt{(15-x)^2 + 10^2} + 400000 \cdot \sqrt{x^2 + 64}$

Ablauf: diese Funktion im Homebereich differenzieren, die Ableitung Null setzen und ein mögliches Minimum berechnen. Mit der 2. Ableitung wird das Minimum abgesichert. Dann setzen wir in die Funktion ein und erhalten die minimalen Kosten zu rund € 14 594 000.

```

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clear a-z...
Define k(x)=850000·((15-x)²+10²+400)
Done
solve(d/dx(k(x))=0,x) x=10.8997730577
d²/dx²(k(x)|x=10.899773057684
77684.448537
k(10.899773057684)
SPIEL DEG AUTO FUNC 4/4

```

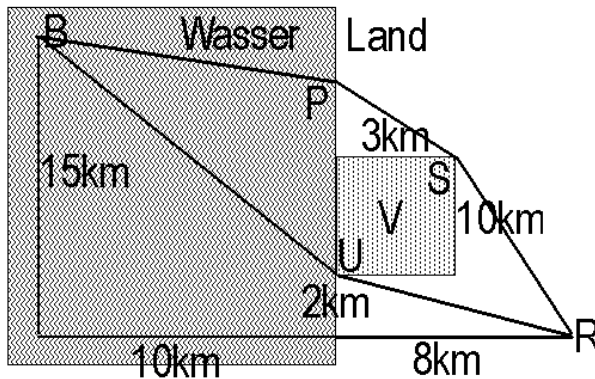
```

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clear a-z...
Done
solve(d/dx(k(x))=0,x) x=10.8997730577
d²/dx²(k(x)|x=10.899773057684
77684.448537
k(10.899773057684) 14594977.3101
k(10.899773057684)
SPIEL DEG AUTO FUNC 1/4

```

ad 3)

Wie man der folgenden Zeichnung entnehmen kann, gibt es zwei Möglichkeiten das Vogelschutzgebiet zu umgehen, einmal über die Ecke U oder über die Ecke S .



Über U : wir müssen nur in unserer zuletzt definierten Kostenfunktion für $x = 2$ einsetzen.

```

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clear a-z...
solve(d/dx(k(x))=0,x) x=10.8997730577
d²/dx²(k(x)|x=10.899773057684
77684.448537
k(10.899773057684) 14594977.3101
k(2) 17239521.0473
k(2)
SPIEL DEG AUTO FUNC 5/30

```

Über S müssen wir eine neue Kostenfunktion definieren:

$$850000 \cdot \sqrt{(15-x)^2 + 10^2} + 400000 \cdot (\sqrt{(x-12)^2 + 3^2} + \sqrt{12^2 + 5^2})$$

Wieder differenzieren wir, setzen die Ableitung Null und berechnen die möglichen Extremwerte. Über die 2. Ableitung überprüfen wir, ob ein Minimum vorliegt. Die Kosten betragen rund € 15 129 000. Damit ist der Weg über S der billigere.

```

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clear a-z...
Define k(x)=850000·((15-x)²+10²+400)
Done
solve(d/dx(k(x))=0,x) x=13.2107891221
k(13.210789122126) 15129030.9809
d²/dx²(k(x)|x=13.210789122126
187399.683071
d(k(x),x,2)|x=13.210789122126
SPIEL DEG AUTO FUNC 4/4

```

```

F1 Algebra Calc Other PrgmIO Clear a-z...
Done
solve(d/dx(k(x))=0,x) x=13.2107891221
k(13.210789122126) 15129030.9809
d²/dx²(k(x)|x=13.210789122126
187399.683071
d(k(x),x,2)|x=13.210789122126
SPIEL DEG AUTO FUNC 1/4

```