

Themenbereich	
Folgen	
Ziele	vorhandene Ausarbeitungen
• Einführung des Grenzwertes	TI-92
Analoge Aufgabenstellungen – Übungsbeispiele	
Lehrplanbezug (Österreich):	6. Klasse
Quelle: Dr. Thomas Himmelbauer	

Das Wettrennen zwischen Achilles und der Schildkröte

Angabe und Fragen:

Beschreibe und berechne die ersten vier Schritte des Wettrennes zwischen Achilles und der Schildkröte nach den Überlegungen des Griechen Zenon. Berechne durch Lösen einer Gleichung Ort und Zeitpunkt des Einholens. Erkläre, was paradox erscheint, und wie sich das Paradoxon auflöst.

- Geschwindigkeit des Achilles: 10 m/s
- Geschwindigkeit der Schildkröte: 0,5 m/s
- Vorsprung der Schildkröte: 30 m

Ausarbeitung (System: TI-92)

In der Zeit, die Achilles benötigt, um an den Startplatz der Schildkröte zu kommen, läuft die Schildkröte ein Stück weiter und besitzt daher wieder einen Vorsprung. In der Zeit, die Achilles benötigt, um diesen Vorsprung zurückzulegen, läuft die Schildkröte wieder ein Stück voraus und so weiter und so fort. Daher wird Sie nie eingeholt? Das widerspricht aber der Tatsache, dass Sie natürlich eingeholt wird.

Berechnung:

Schritte	Position des Achilles	Zeit	Position der Schildkröte
Start	0 m	0 s	30m
1. Schritt	30 m	$30 \text{ m} : 10 \text{ m/s} = 3 \text{ s}$	$30 \text{ m} + 0,5 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} = 31,5 \text{ m}$
2. Schritt	31,5 m	$1,5 \text{ m} : 10 \text{ m/s} = 0,15 \text{ s}$ $3 \text{ s} + 0,15 \text{ s} = 3,15 \text{ s}$	$0,5 \text{ m/s} \cdot 0,15 \text{ s} = 0,075 \text{ m}$ $31,5 \text{ m} + 0,075 \text{ m} = 31,575 \text{ m}$
3. Schritt	31,575 m	$0,075 \text{ m} : 10 \text{ m/s} = 0,0075 \text{ s}$ $3,15 \text{ s} + 0,0075 \text{ s} = 3,1575 \text{ s}$	$0,5 \text{ m/s} \cdot 0,0075 \text{ s} = 0,00375 \text{ m}$ $31,575 \text{ m} + 0,00375 \text{ m} = 31,57875 \text{ m}$
4. Schritt	31,57875 m	$0,00375 \text{ m} : 10 \text{ m/s} = 0,000375 \text{ s}$ $3,1575 \text{ s} + 0,000375 \text{ s} = 3,157875 \text{ s}$	$0,5 \text{ m/s} \cdot 0,000375 \text{ s} = 0,0001875 \text{ m}$ $31,57875 \text{ m} + 0,0001875 \text{ m} = 31,5789375 \text{ m}$

Gleichung: $10 \text{ m/s} \cdot t = 30 \text{ m} + 0,5 \text{ m/s} \cdot t$

Lösung: Zeit: $t = 60/19 = 3,15789473684\dots$ ca. 3,15789 Sekunden
 Ort: $600/19 = 31,5789473684\dots$ ca. 31,5789 Meter

Erklärung:

Das Wort „nie“ darf sich nur auf die Anzahl der Schritte des Verfahrens aber nicht auf die Zeitdauer des Einholens beziehen. Das Verfahren hat die Eigenschaft, dass es auch bei noch so vielen Schritten den Zeitpunkt des Einholens nicht überschreitet. Daher wird die Schildkröte innerhalb des Verfahrens nie eingeholt. Man nähert sich aber dem Ort und Zeitpunkt des Einholens beliebig genau.