

■ Beispiel 7 - Kaffeepause

Beispieltext

Der Frühstückskaffee (80°) kühlt sich in der Tasse pro Minute um 20% der Differenz zur Raumtemperatur ab. Die Raumtemperatur beträgt 20° . Nach wie vielen Minuten hat der Kaffee eine Temperatur von 40° ?

- Löse grafisch mit dem diskreten Modell!
- Löse rechnerisch und grafisch mit dem kontinuierlichen Modell!

Lösungsvorschlag

DISKRETES MODELL

Eingabe der rekursiven Formel:

```
In[1]:= TU := 20
      T[0] := 80
      k := 0.2
      T[t_] := T[t] = T[t - 1] - k (T[t - 1] - TU)
```

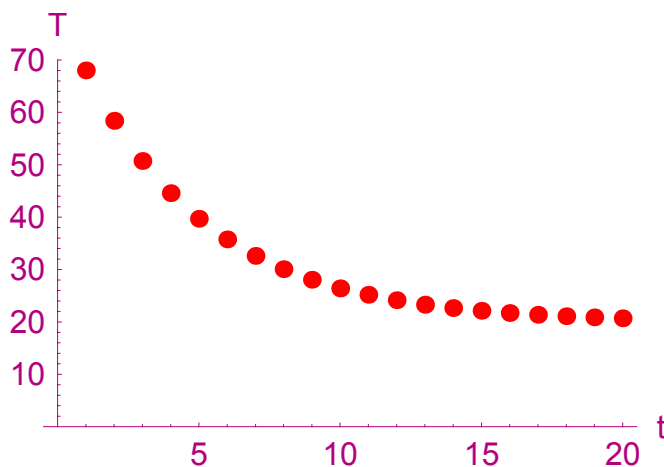
Diese etwas merkwürdig anmutende Definition der Rekursion hat zur Folge, dass bereits berechnete Werte unter $T[t]$ abgespeichert werden und nicht jedes mal neu berechnet werden müssen. Das beschleunigt die Berechnung von Folgengliedern erheblich.

Berechnung der ersten 20 Folgenglieder:

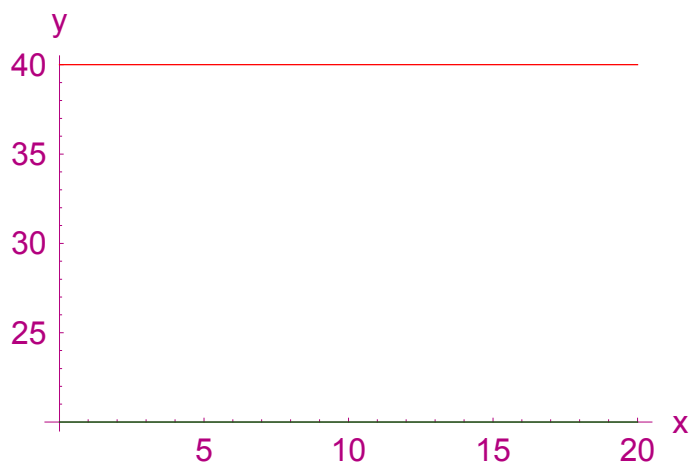
```
In[5]:= Folge = Table[T[t], {t, 1, 20}]
Out[5]= {68., 58.4, 50.72, 44.576, 39.6608, 35.7286, 32.5829,
        30.0663, 28.0531, 26.4425, 25.154, 24.1232, 23.2985, 22.6388,
        22.1111, 21.6888, 21.3511, 21.0809, 20.8647, 20.6918}
```

Grafische Darstellung:

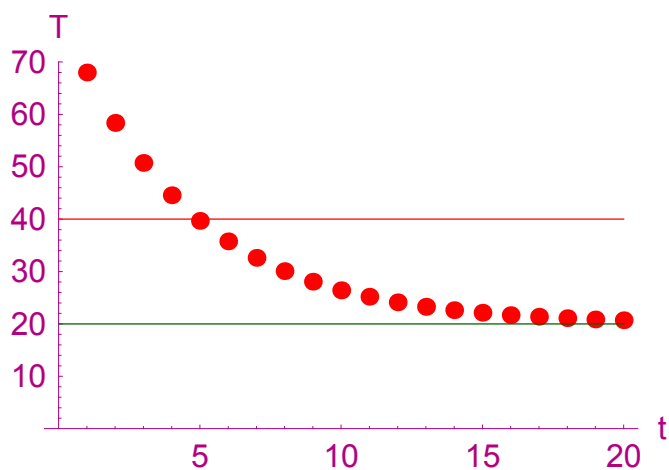
```
In[6]:= Pl = ListPlot[Folge, AxesLabel -> {"t", "T"}, PlotRange -> {0, 70}];
```



```
In[7]:= P2 = Plot[{20, 40}, {x, 0, 20}];
```



```
In[8]:= Show[P1, P2];
```



Die Lösung erfolgt grafisch. Durch Suchen des Schnittpunktes erhält man das Ergebnis von ca. 5 Minuten.

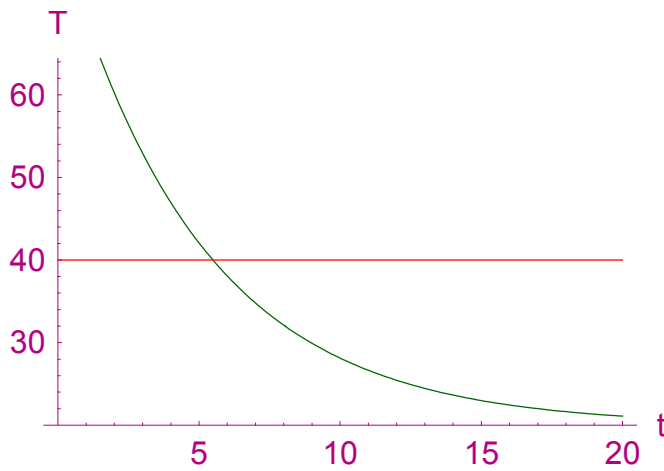
KONTINUERLICHES MODELL

Lösung mit der Formel für das kontinuierliche Modell:

```
In[123]:= T[t_] := T0 + (TA - T0) * e^(-0.2 t)
          TA := 80
          T0 := 20
```

Im ersten Ansatz erfolgt die Lösungsfindung grafisch.

```
In[128]:= Plot[{T[t], 40}, {t, 0, 20}, AxesLabel -> {"t", "T"}];
```



Durch Suchen des Schnittpunktes der beiden Kurven erhält man als Ergebnis 5,5 Minuten.

Eine andere Variante ist das Lösen der folgenden Gleichung:

```
In[77]:= Solve[T[t] == 40, t]
```

```
Out[77]= {{t -> 5.49306}}
```