

■ Beispiel 9

Beispieltext

Berechne eine Näherungslösung der Differentialgleichung $\frac{dy}{dx} = x \cdot y$ ($x_0 = 1, y_0 = 4$) an der Stelle $x = 1.5$.

Lösungsvorschlag

Berechnung der Näherungslösung mit dem Befehl **NDSolve** im Intervall $[0, 3]$:

```
Clear[y, x]
```

```
NLösung = Flatten[NDSolve[{y'[x] == y[x] x, y[1] == 4}, y, {x, 0, 3}]]
```

```
{y -> InterpolatingFunction[{{0., 3.}}, <>]}
```

Berechnung einiger Näherungswerte:

```
TableForm[Table[{x, y[x] /. NLösung}, {x, 0, 3, 0.5}],  
TableHeadings -> {None, {"x", "y[x]"}}]
```

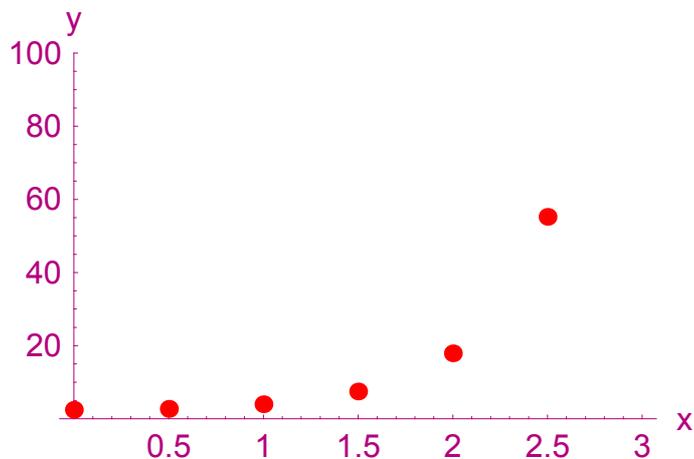
x	y[x]
0	2.42613
0.5	2.74916
1.	4.
1.5	7.47301
2.	17.9268
2.5	55.2186
3.	218.395

An der Stelle $x = 1.5$ erhält man als Näherung $y = 7.47301$.

Grafische Darstellung der berechneten Näherungswerte:

```
PlotN =
```

```
ListPlot[Table[{x, y[x] /. NLösung}, {x, 0, 3, 0.5}], PlotRange -> {0, 100}];
```



Exakte Lösung:

```
Clear[y, x]
```

```
DSolve[{y'[x] == x y[x], y[1] == 4}, y[x], x]
```

```
{{{y[x] -> 4 e^{-1/2 + x^2/2}}}}
```

```
y[x_] = 4 e^{-1/2 + x^2/2}
```

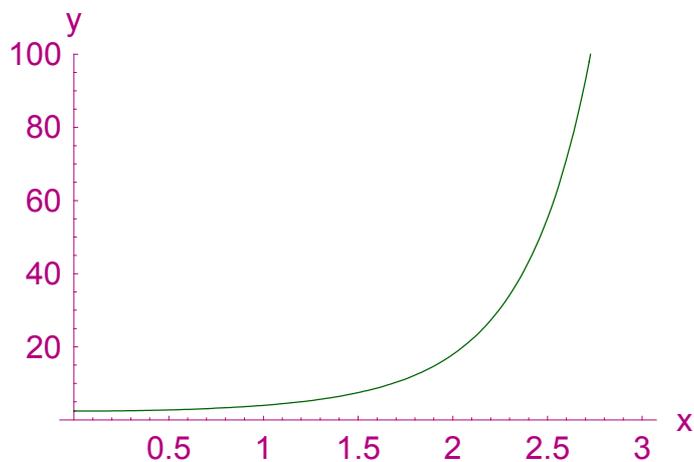
```
4 e^{-1/2 + x^2/2}
```

Berechnung des Funktionswertes an der Stelle $x = 1.5$:

```
y[1.5]
```

```
7.47298
```

```
PlotE = Plot[y[x], {x, 0, 3}, PlotRange -> {0, 100}];
```



Vergleich der Näherungslösung mit der exakten Lösung:

```
Show[PlotN, PlotE];
```

