

Sieglinde Fürst

Rechnen mit Potenzen und Termen

Themenbereich	
Algebra	
Inhalte	Ziele
<ul style="list-style-type: none">• Rechnen mit Potenzen - Rechenregeln• Gleitkommadarstellung• Auflösen von Klammern• Multiplizieren von Termen	<ul style="list-style-type: none">• Rechenregeln für das Rechnen mit Potenzen können, Vorrangregeln• Unterschiedliche Möglichkeiten der Darstellung in Gleitkommenschreibweise – Möglichkeiten des TI-92 kennen• Selbst eine Regel für das Auflösen von Klammern finden• Distributivgesetz anwenden können
<p>Wichtige Rechenregeln und Fehler besprechen. Regeln sollen gemeinsam erarbeitet und formuliert werden (Lösungsteil für Lehrer!). Gleitkommadarstellung und einige Anwendungen aus der Praxis. Die verschiedenen Einstellungen am TI-92 müssen bekannt sein. (Gefahr des „Verstellens!“)</p>	

ARBEITSBLATT: RECHNEN MIT POTENZEN - RECHENREGELN

Einige Rechenregeln sind dir schon bekannt:

Addieren bzw. Subtrahieren von Potenzen

$$3a^2 + 5a^2 =$$

$$7d^3 - 4d^3 =$$

$$9x^2 + 5x^3 =$$

$$2a^2 + 2b^2 =$$

Multiplizieren von Potenzen:

$$a^2 \cdot a^3 = \quad , \text{weil} \dots\dots\dots$$

$$a^2 \cdot b^2 =$$

$$x^3 \cdot x^2 \cdot y^5 \cdot z^5 =$$

$$(2 \cdot x)^2 = \quad , \text{weil} \dots\dots\dots$$

Nimm den TI -92 zur Kontrolle, wenn du eine Lösung hast:

$$2c^2 \cdot c \cdot 7c^4 =$$

$$a^2 \cdot b^7 \cdot a^4 \cdot b^0 \cdot a^8 \cdot b^1 \cdot b^4 \cdot a^5 \cdot b =$$

$$2a^2 \cdot 4b \cdot 3^2 \cdot a^4 \cdot a^8 \cdot 10b^4 \cdot a^2 \cdot b =$$

Für Spezialisten:

$$(3b)^3 =$$

$$(a^2)^3 = \quad , \text{weil} \dots\dots\dots$$

$$(4 \cdot x^5)^2 =$$

Dividieren von Potenzen:

$$a^3 : a^2 =$$

$$b^9 : b^4 =$$

$$c^{14} : c =$$

$$x^8 : x^3 =$$

Regel: $a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} =$
--

Begründung : z.B.: $a^7 : a^5 =$

Für Spezialisten:(6. Klasse!) : $z^4 : z^6 =$

$$a^5 : a^7 =$$

$$x^2 : x^3 =$$

Was bedeutet x^{-1} ?

$x^{-1} =$

$$x^9 : x^4 =$$

$$a^{15} : a^9 =$$

$$\frac{x^3}{x^{10}} =$$

$$\frac{a^3 \cdot b^{11}}{a^3 \cdot b^5} =$$

ARBEITSBLATT: Potenzen - VorrangregelnBerechne : $220 + 4 \cdot 6^2 =$ 1. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 =$ 2. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 =$ 3. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 =$

Was rechnet der TI-92?

Merkregel:Berechne vorerst ohne TR, dann überprüfe deine Ergebnisse:

$3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3^2 =$

$-3^2 - (-3)^2 =$

$5 \cdot 4^2 + 3 \cdot 2^3 =$

$4^3 - (-4)^3 =$

$(3 + 8) \cdot 3^2 =$

$-5^2 - (-5)^2 =$

$(8 - 3)^2 \cdot 9 =$

$-5^2 - 5^2 =$

$[(9 - 6) \cdot 3]^2 =$

$-2^3 + (-2)^3 =$

Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$(3 \cdot b)^2 =$	$(3 \cdot b)^2 =$
$(7 \cdot x \cdot y)^3 =$	$(7 \cdot x \cdot y)^3 =$
$(a \cdot b)^3 =$	$(a \cdot b)^3 =$
$(2 \cdot x \cdot y)^5 =$	$(2 \cdot x \cdot y)^5 =$

REGEL: $(a \cdot b)^n =$

Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$
$\left(\frac{5}{a}\right)^3 =$	$\left(\frac{5}{a}\right)^3 =$
$\left(\frac{m}{3}\right)^4 =$	$\left(\frac{m}{3}\right)^4 =$
$\left(\frac{z}{y}\right)^5 =$	$\left(\frac{z}{y}\right)^5 =$

REGEL:

Überlege und gib in den TR ein:

$(a + b)^2 =$

Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$(b^3)^2 =$	$(b^3)^2 =$
$(x^5)^3 =$	$(x^5)^3 =$
$(a^7)^3 =$	$(a^7)^3 =$
$(y^4)^5 =$	$(y^4)^5 =$

REGEL: $(a^n)^m =$ **ÜBUNG:** Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$(3b)^2 - 3b^2 =$	$(3b)^2 - 3b^2 =$
$6u^3v \cdot (2uv)^2 =$	$6u^3v \cdot (2uv)^2 =$
$3x^2y^3 \cdot (3xy)^3 =$	$3x^2y^3 \cdot (3xy)^3 =$
$(g^2h^3)^5 =$	$(g^2h^3)^5 =$
$\frac{e^2 \cdot f^{11} \cdot g}{f^3 \cdot g \cdot e^2} =$	$\frac{e^2 \cdot f^{11} \cdot g}{f^3 \cdot g \cdot e^2} =$
$y^{15} : y^6 =$	$y^{15} : y^6 =$

ARBEITSBLATT: DARSTELLEN VON ZAHLEN MIT ZEHNERPOTENZEN

Ergebnisanzeigen am TI-92:

Unter *MODE*; *Display Digits* kann die Zahlenanzeige des Taschenrechners eingegeben werden. Die Standardeinstellung ist *Display Digits = FLOAT 6*.

Berechne: 45.124 * 12.458 **Überschlagsrechnung** :

(1) mit der Einstellung *Display Digits = FLOAT 6!* Ergebnis:.....

(2) mit der Einstellung *Display Digits = FIX 6!* Ergebnis:.....

Display Digits = FLOAT ... gibt an, wie vieleangezeigt werden sollen.
Display Digits = FIX ... gibt an, wie vieleangezeigt werden sollen.

(3) mit der Einstellung *Display Digits = FLOAT 2!* Ergebnis:

$$5.6E2 = 5.6 * 10^2 = 5.6 * 100 = 560$$

└───────────> Exponent von 10 ist 2

In den Naturwissenschaften werden sehr große oder sehr kleine Zahlen mit Hilfe von Zehnerpotenzen dargestellt: **Potenzschreibweise**.

Schreibe als Potenzen von 10:

100 =	1 000 =	100 000 =	1 000 000 =
10 =	10 000 000 =	10 000 =	1 000 000 000 =

Schreibe als Zahl:

5*10 ³ =	1.2*10 ² =	23*10 ⁶ =
3.457*10 ⁵ =	$\frac{1}{10^2}$ =	$\frac{3}{10^3}$ =

Die Physik verwendet die **Gleitkommadarstellung** oder **wissenschaftliche (scientific) Schreibweise**. Daneben ist in der Technik (Ingenieurwesen = *ENGINEERING*) eine ähnliche Darstellung üblich.

- (1) Stelle um: *MODE: Display Digits = FLOAT 6; Exponential Format: 2: SCIENTIFIC*
- (2) Stelle um: *MODE: Display Digits = FLOAT 6; Exponential Format: 3: ENGINEERING*

Eingabe	SCIENTIFIC	ENGINEERING
12.45		
14 567.34		
2 679.		
1 356 789.		
23 457.19		

Die Gleitkommadarstellung (**scientific**):

$$2\ 679 = 2.679 \cdot 10^3$$

\swarrow
Vorzahl

\searrow
Zehnerpotenz

Die Vorzahl ist stets eine Zahl zwischen 1 und 10, also eine Kommazahl mit einer Ziffer ($\neq 0$)

Für Profis:

Die **Engineering** - Darstellung verwendet als Zehnerpotenzen nur $1 = 10^0$, $1\ 000 = 10^3$, $1\ 000\ 000 = 10^6$, $1\ 000\ 000\ 000 = 10^9$ usw., dh. man schreitet in 1 000-Schritten voran!

Arbeite ohne TI – 92! Wenn du mit deiner Arbeit fertig bist, kontrolliere mit dem TI-92!

1. Schreibe in Gleitkommadarstellung:

12 456 = 13 789 000 = 3 000 000 =

256 000 = 567.12 = 238 000 =

2. Schreibe in Zehnerpotenzen:

3 kg = g = 34 m = mm = 19 km = cm =
 g mm cm

$5\ m^3 = \dots\dots\dots mm^3 =$ $0,2a = \dots\dots\dots cm^2 =$ $4\ ha = \dots\dots\dots m^2 =$
 mm^3 cm^2 m^2

3. Wie lautet die Zahl?

$2.3 \cdot 10^6 = \dots\dots\dots$ $1.09 \cdot 10^4 = \dots\dots\dots$ $4.25 \cdot 10^7 = \dots\dots\dots$

4. Verwende die Gleitkommadarstellung für eine Überschlagsrechnung! Dann rechne genau (TR)!

Angabe	Überschlag	Genauere Rechnung
3 714 * 890		
34 506 * 23 120		
Für Profis: 12 490 : 324		
251 980 : 5 423		

5. Zusatzaufgabe für schnelle Rechner: (Rechne in **scientific** - Schreibweise, 2 Kommastellen)

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt 299 793 km/s.

Wie viele km legt das Licht in einer Stunde zurück? (= Geschwindigkeit in km/h)

Wie viele km legt das Licht in einem Jahr zurück? (1 Jahr = 365 Tage, 1 Tag = 24 h)

Diese Strecke wird in der Astronomie als Längenmaß benutzt und heißt:

RECHNEN MIT POTENZEN – RECHENREGELN- Lösung

Einige Rechenregeln sind dir schon bekannt:

Addieren bzw. Subtrahieren von Potenzen

$$3a^2 + 5a^2 = 8a^2$$

$$7d^3 - 4d^3 = 3d^3$$

$$9x^2 + 5x^3 = 9x^2 + 5x^3$$

$$2a^2 + 2b^2 = 2a^2 + 2b^2$$

Multiplizieren von Potenzen:

$$a^2 \cdot a^3 = a^5 \quad , \text{weil } (a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$

$$a^2 \cdot b^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$x^3 \cdot x^2 \cdot y^5 \cdot z^5 = x^5 \cdot y^5 \cdot z^5$$

$$(2 \cdot x)^2 = 4x^2 \quad , \text{weil } (2 \cdot x) \cdot (2 \cdot x) = 2 \cdot x \cdot 2 \cdot x = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x = 4x^2$$

Nimm den TI -92 zur Kontrolle, wenn du eine Lösung hast:

$$2c^2 \cdot c \cdot 7c^4 = 14c^7$$

$$a^2 \cdot b^7 \cdot a^4 \cdot b^0 \cdot a^8 \cdot b^1 \cdot b^4 \cdot a^5 \cdot b = a^{19} \cdot b^{13}$$

$$2a^2 \cdot 4b \cdot 3^2 \cdot a^4 \cdot a^8 \cdot 10b^4 \cdot a^2 \cdot b = 720 \cdot a^{16} \cdot b^6$$

Für Spezialisten:

$$(3b)^3 = 27b^3$$

$$(a^2)^3 = a^6 \quad , \text{weil } (a^2) \cdot (a^2) \cdot (a^2) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$$

$$(4 \cdot x^5)^2 = 16x^{10}$$

Dividieren von Potenzen:

$$a^3 : a^2 = a$$

$$b^9 : b^4 = b^5$$

$$c^{14} : c = c^{13}$$

$$x^8 : x^3 = x^5$$

$$\text{Regel: } a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Werden zwei Potenzen gleicher Basis dividiert, so wird von der Hochzahl des Zählers die Hochzahl des Nenners subtrahiert.

$$\text{Begründung : z.B.: } a^7 : a^5 = \frac{a^7}{a^5} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = a \cdot a = a^2$$

$$\text{Für Spezialisten:(6. Klasse!): } z^4 : z^6 = z^{-2}$$

$$a^5 : a^7 = a^{-2}$$

$$x^2 : x^3 = x^{-1}$$

Was bedeutet x^{-1} ?

$$x^{-1} = \frac{1}{x}$$

$$x^9 : x^4 =$$

$$a^{15} : a^9 =$$

$$\frac{x^3}{x^{10}} =$$

$$\frac{a^3 \cdot b^{11}}{a^3 \cdot b^5} =$$

Potenzen - Vorrangregeln

Berechne : $220 + 4 \cdot 6^2 =$

1. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 = 220 + 4 \cdot 36 = 220 + 144 = 364$
Zuerst potenzieren, dann multiplizieren, dann addieren

2. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 = 220 + 24^2 = 220 + 576 = 796$
Zuerst multiplizieren, dann potenzieren, dann addieren

3. Art: $220 + 4 \cdot 6^2 = (220 + 4 \cdot 6)^2 = 264^2 =$
Zuerst multiplizieren, dann addieren, dann potenzieren

Was rechnet der TI-92?

Merkregel:

Das Potenzieren ist vor der Punktrechnung auszuführen!

1. Klammern auflösen (ausrechnen)
2. Potenzieren (Rechnungsart 3. Stufe)
3. Punktrechnung (Multiplikation, Division = Rechnungsarten 2. Stufe)
4. Strichrechnung (Addition, Subtraktion = Rechnungsarten 1. Stufe)

Berechne vorerst ohne TR, dann überprüfe deine Ergebnisse:

$$3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3^2 = \qquad -3^2 - (-3)^2 =$$

$$5 \cdot 4^2 + 3 \cdot 2^3 = \qquad 4^3 - (-4)^3 =$$

$$(3 + 8) \cdot 3^2 = \qquad -5^2 - (-5)^2 =$$

$$(8 - 3)^2 \cdot 9 = \qquad -5^2 - 5^2 =$$

$$[(9 - 6) \cdot 3]^2 = \qquad -2^3 + (-2)^3 =$$

Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$(3 \cdot b)^2 =$	$(3 \cdot b)^2 =$
$(7 \cdot x \cdot y)^3 =$	$(7 \cdot x \cdot y)^3 =$
$(a \cdot b)^3 =$	$(a \cdot b)^3 =$
$(2 \cdot x \cdot y)^5 =$	$(2 \cdot x \cdot y)^5 =$

REGEL: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Die Potenz eines Produkts ist gleich dem Produkt der Potenzen

Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 =$
$\left(\frac{5}{a}\right)^3 =$	$\left(\frac{5}{a}\right)^3 =$
$\left(\frac{m}{3}\right)^4 =$	$\left(\frac{m}{3}\right)^4 =$
$\left(\frac{z}{y}\right)^5 =$	$\left(\frac{z}{y}\right)^5 =$

$$\text{REGEL: } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Die Potenz eines Quotienten ist gleich dem Quotienten der Potenzen

Überlege und gib in den TR ein:

$(a + b)^2 =$

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$$

Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$(b^3)^2 =$	$(b^3)^2 =$
$(x^5)^3 =$	$(x^5)^3 =$
$(a^7)^3 =$	$(a^7)^3 =$
$(y^4)^5 =$	$(y^4)^5 =$

$$\text{REGEL: } (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Eine Potenz wird potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

ÜBUNG: Berechne ohne und mit dem TR:

ohne TR	mit TR
$(3b)^2 - 3b^2 =$	$(3b)^2 - 3b^2 =$
$6u^3v \cdot (2uv)^2 =$	$6u^3v \cdot (2uv)^2 =$
$3x^2y^3 \cdot (3xy)^3 =$	$3x^2y^3 \cdot (3xy)^3 =$
$(g^2h^3)^5 =$	$(g^2h^3)^5 =$
$\frac{e^2 \cdot f^{11} \cdot g}{f^3 \cdot g \cdot e^2} =$	$\frac{e^2 \cdot f^{11} \cdot g}{f^3 \cdot g \cdot e^2} =$
$y^{15} : y^6 =$	$y^{15} : y^6 =$

ARBEITSBLATT: Rechnen mit Termen: Auflösen von Klammern

Arbeite mit einem Partner:

Rechne in der linken Spalte ohne TI-92. Rechts mit dem TI-92. Versuche eine Rechenregel für das Auflösen von Klammern zu finden!

$T_1(x) = 2 \cdot x + (5 \cdot x + 2)$	T_1 heißt „erster Term“; (x) wird gesprochen“von x“ und das bedeutet, daß x die Variable ist
$T_2(x) = 2 \cdot x + (5 \cdot x - 2)$	
$T_3(x) = 2 \cdot x - (5 \cdot x + 2)$	
$T_4(x) = 2 \cdot x - (5 \cdot x - 2)$	
$T_5(x) = 2 \cdot x - (x - 9)$	
$T_6(x) = 7 \cdot x - (2 \cdot x + 3) - 3 \cdot x$	
$T_7(x) = 4 \cdot x - (x - 3) + 2$	
$T_8(x) = 5 \cdot x + (x + 2) - (2 \cdot x - 3)$	
$T_9(x) = 2 \cdot x - [5 \cdot x + (4 \cdot x + 2)]$	
$T_{10}(x) = 2 \cdot x - [5 \cdot x - (4 \cdot x + 2)]$	

Regel für das Auflösen von Klammern:

Bei den folgenden Beispielen rechne zuerst immer ohne TR, damit du das Rechnen mit Termen erlernst. Der TR wird nur zum Überprüfen eingesetzt! Sei ehrlich!! Verwende unterschiedliche Überprüfungsverfahren! Wenn du Fehler nicht findest, besprich dich mit deinem Nachbarn oder frage deine Lehrerin!

3. Stelle die Terme ohne Klammer dar.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } (a + b) = \dots\dots\dots & (-a) \cdot (-a - b) = \dots\dots\dots \\ (-a) \cdot (a - b) = \dots\dots\dots & x \cdot (-x - 2) - x \cdot (x + 3) = \dots\dots\dots \\ \text{b. } (-a - b) = \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ & \dots\dots\dots \end{array}$$

Das letzte Beispiel ist nicht einfach! Gewöhne dich an folgende Arbeitsweise:

4. Ein schwierigeres Beispiel:

$$\begin{aligned} & (a + 3) \cdot 5 - a \cdot (a + 5) = \\ & (5 \cdot a + 15) - (a^2 + 5 \cdot a) = \\ & 5 \cdot a + 15 - a^2 - 5 \cdot a = 15 - a^2 \end{aligned}$$

Merke: Zuerst mit dem Faktor “in die Klammer hinein“ multiplizieren, dann erst Klammern auflösen. Erst wenn du ganz sicher bist, kannst du beide Schritte in einem Arbeitsgang erledigen. **ACHTUNG: FEHLERGEFAHR!** (Welchen Fehler darfst du nicht machen?)



5. Versuche selbst:

$$\begin{aligned} & (-a + 1) \cdot 3 - 5 \cdot (a - 1) = \\ & (-2) \cdot (x - y) + (x - y) \cdot (-3) = \\ & 5 \cdot (2u + 3v) - (-3) \cdot (2u - 4v) = \\ & r \cdot (2r^2 - 3r) - r^2 \cdot (r + 2) = \end{aligned}$$

6. Rechne im Heft: Buch Seite 117, Überprüfe dein Ergebnis mit dem TI-92 und verwende zur Probe die im Buch angegebenen Zahlen. Sollte deine Rechnung nicht stimmen, versuche den Fehler zu finden. Wenn du den Fehler nicht findest, frage deine Lehrerin!
500 a); 501 a); 502 a)