

1. Schularbeit	Typ Plan	Fach M	Dauer 1-std.	Klasse 7A	Gruppe A	Datum 20.10.97	Name:
-----------------------	-------------	-----------	-----------------	--------------	-------------	-------------------	-------

Beispiel 1:

Berechne händisch für $z_1 = 3 + i$; $z_2 = 5 - 2i$, $z_3 = -1$ und $z_4 = 6i$

$$z_2 \cdot z_3 + z_1 \cdot (z_4 - z_3) - \frac{z_3}{z_1} = ?$$

Punkte
err./mögl.

/12

Beispiel 2:

Beweise: $|z^2| = |z|^2$ a) für $z = 2-i$

b) allgemein.

/4

/6

Beispiel 3:

Stelle die fünften Einheitswurzeln in Polar- und Binomialform sowie in der Gaußschen Zahlenebene dar. Welche Figur entsteht?

/8

Beispiel 4:

a) Welche Darstellungsarten von komplexen Zahlen haben wir bislang kennengelernt? Erkläre sie und gib jeweils ein Beispiel an!

/3

b) Verwandle jeweils in die anderen Darstellungsformen: $z_1 = -2 - 4i$, $z_2 = -3$, $z_3 = (7/45^\circ)$

/3

Beispiel 5:

Ein Ohmscher Widerstand ($R = 2000\Omega$), eine Kapazität ($C = 10\mu F$) und eine Induktivität ($L = 8H$) sind parallel zueinander geschaltet. Eine Wechselspannung mit der Frequenz $f = 50Hz$ und der Spannung $U = 230V$ wird angelegt.

Berechne (gib zur Dokumentation deines Lösungsweges die verwendeten Funktionen des TI-92 an):

a) den Wechselstromwiderstand R_W ,

b) den Betrag von R_W ,

c) die Phasenverschiebung φ und

d) die Gesamtstromstärke I .

/12

Bonusbeispiel :

a) Löse mit dem TI-92 und dokumentiere deinen Lösungsweg:

$$\frac{2z}{z^2 - z} + \frac{z + 1}{z^2 - 3z + 2} = \frac{-8z^2 + 16z - 13}{8z^3 - 24z^2 + 16z}$$

+ /3

b) Wann hat eine quadratische Gleichung zwei konjugiert komplexe Lösungen?

+ /2

c) Bestimme $(3 / \pi)^{15}$!

+ /2

Beurteilungsschlüssel: 0-23,5 Pkt.: Nicht genügend; 24-31,5 Pkt.: Genügend; 32-39,5 Pkt.: Befriedigend; 40-44,5 Pkt.: Gut; 45-48 Pkt.: Sehr gut

Gesamt

Beurteilung:

/48

2. Schularbeit	Typ	Fach	Dauer	Klasse	Gruppe	Datum	Name:
	Plan	M	1-std.	7A	A	24.11.97	

Beispiel 1:

Gegeben ist die Gleichung $100 - 36x^2 + 4x^3 + ax = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$. Von den Lösungen x_1, x_2 und x_3 kennt man die Beziehung $x_2 \cdot x_3 = -5$. Berechne a und alle Lösungen!

Punkte err./mögl.
/12

Beispiel 2:

a) Untersuche die Lage der beiden Kreise k_1 und k_2 zueinander! Berechne gegebenenfalls die Koordinaten gemeinsamer Punkte!

$$k_1[M(4/1); 10] ; k_2: \frac{1}{2}\bar{x}^2 + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}\bar{x} - \frac{5}{2} = 0$$

b) Bestimme vom Kreis k_2 die Koordinaten des Mittelpunkts und den Radius und konstruiere beide Kreise!

c) Berechne - sofern möglich - den Schnittwinkel zwischen den beiden Kreisen!

/12

Beispiel 3:

Bestimme rechnerisch die Gleichung des Umkreises des $\triangle ABC[A(7/6), B(9/2), C(4/-3)]!$

/12

Beispiel 4:

Leite die Berührbedingung für eine Gerade $g: y = kx + d$ und einen Kreis $k[M(u/v); r]$ her!
Begründe jeden Rechenschritt in Worten!

/12

Bonusbeispiel:

Ermittle die Gleichungen der zur Geraden $g: 5x - 12y = 71$ parallelen Tangenten an den Kreis
 $k: (x + 6)^2 + (y - 4)^2 = 36$

+ /6

Beurteilungsschlüssel: 0-23,5 Pkt.: Nicht genügend; 24-31,5 Pkt.: Genügend; 32-39,5 Pkt.: Befriedigend; 40-44,5 Pkt.: Gut; 45-48 Pkt.: Sehr gut

Gesamt

Beurteilung:

/48

3. Schularbeit	Typ	Fach	Dauer	Klasse	Gruppe	Datum	Name:
	Plan	M	1-std.	7A	A	23.12.97	

Beispiel 1:

Berechne mit Hilfe des TI-92 die Gleichungen der Tangenten t_1 und t_2 , die man vom Punkt $P(8/6)$ an den Kreis $k: x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ legen kann! Ermittle auch den Winkel, den t_1 und t_2 einschließen und die Koordinaten der Berührungspunkte T_1 und T_2 !

Punkte
err./mögl.

/12

Beispiel 2:

- a) Erläutere die Begriffe „mittlere und momentane Geschwindigkeit“ in Worten und in mathematischer Schreibweise! /4
- b) Das Raumschiff Enterprise bewegt sich mit dem Zeit-Weg-Gesetz $f(t) = 7t^2 + 10$. Bestimme die Momentangeschwindigkeit v zum Zeitpunkt $t_0 = 3$! /4
- c) Nach 7 Sekunden Flug befiehlt Captain Kirk das Abschalten der Triebwerke, woraufhin das Raumschiff gleichförmig weiterfliegt. Beschreibe diese gleichförmige Bewegung durch ein Zeit-Weg-Gesetz, und beschreibe, was dabei mathematisch geschieht! /4

Beispiel 3:

Formuliere die Summenregel der Differentialrechnung und beweise sie!

/12

Beispiel 4:

Führe die folgenden Berechnungen mit dem TI-92 aus:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{8} \cdot (x^3 - 3x^2 - 9x + 19)$

- a) Trage den Funktionsterm als $y1(x)$ im y-Editor ein und stelle ihn graphisch dar! Wähle dazu geeignete Window-Einstellungen und halte diese schriftlich fest!
- b) Bestimme und zeichne die Tangenten für $x_1 = -1$, $x_2 = 1$ und $x_3 = 3$! (Anleitung: Tastenfolge: F5 , A dann x-Wert eintippen, ENTER). Notiere jeweils die vom Taschenrechner ausgegebene Tangentengleichung.
- c) Beschreibe, was an den unter Punkt b) verwendeten Stellen mit dem Funktionsgraphen passiert!
- d) Speichere deine fertige Zeichnung unter den ersten 7 Buchstaben deines Nachnamens sowohl als Type GDB als auch als Type Picture ab (\Rightarrow an die 2. Datei ein 8. Zeichen anhängen) und bitte deinen Lehrer diese Dateien auszudrucken!

/12

Bonusbeispiel:

Bilde die ersten Ableitungen der folgenden Funktionen händisch und gib die jeweils verwendeten Regeln an! Vereinfache die Ergebnisse soweit, wie möglich!

a) $a(x) = 2\sin(x) - 3\cos(3x)$

/2

b) $b(x) = (4x^2 + 4) \cdot \sqrt{4x}$

/2

c) $c(x) = \frac{2x^2 - 3}{x + 1}$

/2

Beurteilungsschlüssel: 0-23,5 Pkt.: Nicht genügend; 24-31,5 Pkt.: Genügend; 32-39,5 Pkt.: Befriedigend; 40-44,5 Pkt.: Gut; 45-48 Pkt.: Sehr gut

Beurteilung:

Gesamt

/48

4. Schularbeit	Typ	Fach	Dauer	Klasse	Gruppe	Datum	Name:
	Plan	M	2-std.	7A	A	17.03.98	

Beispiel 1:

Durch den Punkt $P(4 / 4\sqrt{6})$ gehen eine Hyperbel sowie zu ihr konfokal eine Parabel und eine Ellipse, alle drei in erster Hauptlage.

- a) Ermittle die Gleichungen von Parabel, Ellipse und Hyperbel!
- b) Bestimme die Schnittwinkel: $\%$ (par, ell);
 $\%$ (par, hyp) und
 $\%$ (hyp, ell)!

Punkte
err./mögl.

/12

Beispiel 2:

Erkläre kurz die allgemeine Methode des Newtonschen Näherungsverfahrens und demonstriere es an der folgenden Aufgabe:

Eine Halbkugel ($r = 2\text{cm}$) soll durch einen Schnitt parallel zur Grundfläche halbiert werden. In welchem Abstand x von der Grundfläche ist der Schnitt zu führen?

/8

Beispiel 3:

Aus 6 Stangen (Länge 3m) ist ein pyramidenförmiges Zelt mit möglichst großem Volumen herzustellen. Berechne die Länge der Grundkante a , die Höhe h und den Rauminhalt dieses Zeltes! Wieviel m^2 Leinwand braucht man zur Bespannung und zum Auslegen des Bodens des Zeltes?

/12

Beispiel 4:

Der Graph der Funktion $f: x \mapsto x^3 + bx^2 + cx + d$ geht durch den Punkt $P(2/3)$ und hat in $E(1/-1)$ einen Extrempunkt.

In seinem Wendepunkt wird er vom Graphen der Funktion $g: x \mapsto px^2 + qx + r$ berührt. Das Extremum von g liegt an der Stelle -1 .

- a) Ermittle die Funktionsgleichungen beider Kurven!

Verwende für die weiteren Berechnungen die Funktion $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- b) Diskutiere die Funktion f :
Bestimme insbesondere: Definitionsmenge, Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkt, Wendetangente, Monotonieverhalten, Krümmungsverhalten und zeichne den Graphen (möglichst genaue händische Zeichnung mit Einheit 1cm!!)

/12

Beispiel 5:

Die Höhen (in m) von 20 gleichzeitig gepflanzten Tannen wurden nach 10 Jahren gemessen. Bestimme mindestens 3 statistische Größen und definiere sie!

15,0 13,1 12,7 14,4 15,2 14,8 13,5 14,2 13,2 13,4
13,1 14,8 15,2 14,9 13,5 12,9 14,6 15,2 13,6 14,7

/4

Bonusbeispiel:

- a) Zeige: Der Graph der Funktion $f: f(x) = -x^4 + 2x^3 - 2tx + t$ hat für jedes $t \in \mathbb{R}$ zwei Wendepunkte!

+ /2

- b) Für welchen Wert von t haben die Wendepunkte den kleinsten Abstand voneinander?

+ /3

Gesamt

/48

Beurteilungsschlüssel: 0-23,5 Pkt.: Nicht genügend; 24-31,5 Pkt.: Genügend; 32-39,5 Pkt.: Befriedigend; 40-44,5 Pkt.: Gut; 45-48 Pkt.: Sehr gut

Beurteilung:

5. Schularbeit	Typ	Fach	Dauer	Klasse	Gruppe	Datum	Name:
	Plan	M	2-std.	7A	-	18.05.98	

Beispiel 1:

An ein kalorischer Kraftwerk werden täglich 2100t Kohle geliefert. Zu Beginn der Bahnanlieferung waren bereits 4000t Kohle vom Probebetrieb vorhanden. Innerhalb von 24 Stunden wird die Stromproduktion so gesteuert, dass jeweils 40% der am Ende des Vortages vorhandenen Kohle verbraucht werden.

- Zeige, dass der Kohleverbrauch schrittweise steigt, durch eine Tabelle und durch eine allgemeine Begründung!
- Beschreibe den Prozess durch eine Rekursionsgleichung! **Leite** eine explizite Darstellung für den Kohlevorrat nach n Tagen her!
- Wird das Kraftwerk unter den gegebenen Bedingungen jemals 5100t Kohle eingelagert haben? Wenn ja, wann?
- Gibt es einen Grenzwert, der bei diesen Bedingungen stabil bleibt? Wenn ja, welchen? Wenn nein, warum nicht?

Punkte
err./mögl.

/12

Beispiel 2:

Anlässlich eines großen Dorffestes wird eine Lotterie veranstaltet. Es gibt 100 Lose zu je 10.--; 7 Lose gewinnen:

- ein 1. Preis zu 400.--
- zwei 2. Preise zu je 200.-- und
- vier 3. Preise zu je 50.--

Peter kauft zwei Lose. Welchen Gewinn mit welcher Streuung darf er erwarten?

/12

Beispiel 3:

Ein Betrieb erhält eine Warenlieferung von 40000 Stück. Aus dieser Lieferung wird eine Stichprobe von 800 Stück entnommen. Man weiß aus Erfahrung, dass im Mittel 4% der Waren Ausschuss sind.

Gib bei den folgenden Berechnungen die Werte der jeweils verwendeten Variablen und die entsprechenden TI-92-Befehle an!

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe genau 10 schadhafte Teile sind?
- Wieviel Stück Ausschuss sind in der Stichprobe zu erwarten und um wieviel schwankt dieser Wert voraussichtlich nach oben und unten?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe mindestens 795 einwandfreie Teile sind?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe höchstens 30 schadhafte Teile sind?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe zwischen 15 und 50 schadhafte Teile sind?
- Zeichne ein Histogramm für $k = 26$ bis 38 schadhafte Stück!

/12

Beispiel 4:

Beantworte die folgenden Fragen:

- Was verstehst du unter der 1. Und 2. Pfadregel?
- Durch welche Eigenschaften zeichnen sich Bernoulliexperimente aus?
- Was versteht man unter dem Begriff Zufallsvariable?
- Wie nennt man Ereignisse, die mit den Wahrscheinlichkeiten 0 oder 1 auftreten?
- Erkläre den Begriff Dynamisches System!
- Wie wird die Laplacesche Wahrscheinlichkeit definiert?

/12

Bonusbeispiel:

- Ein Eisenbahnzug besteht aus einem Packwagen, fünf Wagen 2.Klasse, zwei Wagen 1.Klasse, einem Speisewagen und drei Liegewagen. Auf wie viele Arten kann man diesen Zug zusammenstellen? Begründe deine Antwort!
- Für einen Regionalzug werden drei von 20 vorhandenen Wagen gleichen Typs benötigt. Wie viele Möglichkeiten gibt es hier?

+ /4

Gesamt

/48

Beurteilungsschlüssel: 0-23,5 Pkt.: Nicht genügend; 24-31,5 Pkt.: Genügend; 32-39,5 Pkt.: Befriedigend; 40-44,5 Pkt.: Gut; 45-48 Pkt.: Sehr gut

Beurteilung: