7B

17.10.97

1. Mathematikschularbeit

1) Komplexe Zahlen (*ohne* TI-92)

Berechne das **Produkt** und den **Quotienten** folgender zwei komplexer Zahlen und gib den Real- und Imaginärteil des jeweiligen Ergebnisses an.

$z_1 = 7 + 3i$; $z_2 = 1 - 2i$

2) Algebraische Gleichungen höheren Grades

a) Stelle mit Hilfe der komplexen Lösungen eine Gleichung auf, mit welcher Du die gegebene Gleichung (siehe Angabe) reduzieren kannst und berechne mit der reduzierten Gleichung die fehlenden Lösungen.

$x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 53x - 60 = 0$ $\quad x_1 = -2 - i$ ...... 1. Lösung

b) Gib die Lösungsmenge inkl. Vielfachheit der Lösungen an. (Vorgangsweise zur Feststellung der Vielfachheit kurz beschreiben.)

$x^8 + 3x^7 + x^6 - x^5 - 4x^3 = 0$ $\quad G =$

c) Löse über (*ohne* TI-92)! $\quad x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

d) Gesucht ist eine algebraische Gleichung mit reellen Koeffizienten für folgende Lösungen:

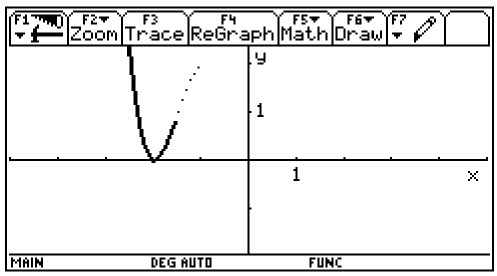
-1, 3, 3, i, -i, 0, 0 und gib die Koeffizienten und das absolute Glied an.

e) Welchen Grad und welche Lösungen (inkl. Vielfachheit) hat folgende Gleichung ?

$(4x^2 - 16)(x^2 + 9)^3 = 0$ (*ohne* TI-92)

f) Setze den Graphen derart fort, daß die Funktion **4**. Grades (mit reellen Koeffizienten) noch genau 2 weitere von einander verschiedene reelle Nullstellen besitzt.

Gesucht: Graph (ergänzen); Kurvengleichung; Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse



3) Nichtlineare analytische Geometrie

a) Bestimme die Koordinaten des Mittelpunktes und den Radius folgenden Kreises.

$x^2 + y^2 + 6x - 10y + 30 = 0$

b) Berechne die Schnittpunkte der Gerade g mit dem Kreis k. (Einsetzungsverfahren !)

g: $y = -\frac{x}{7} - \frac{11}{7}$ $\qquad$ k: $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 37$

Punkteverteilung:

32 - 30 ... Sehr gut		
29 - 26 ... Gut	1)	/ 5
25 - 21 ... Befriedigend	2)	/ 20 (5+3+4+2+3+3)
20 - 16 ... Genügend	3)	/ 7 (3+4)
< 16 ... Nicht genügend		/ 32

Note:

7B

20.11.97

2. Mathematikschularbeit

1) Ermittle die Tangente t in $T(-8/y_T<0) \in$ Kreis k [$M(2/-7)$; $r = 5\cdot\sqrt{13}$].

2) Untersuche, ob die Gerade g den Kreis k berührt.

g: $5x - 7y + 28 = 0$ k: $X^2 + \begin{pmatrix}8\\10\end{pmatrix}X + 30 = 0$

3) Ein Kreis k besitzt den Mittelpunkt M(3/-2) und geht durch den Punkt $S(x_S/1)$, wobei S auch auf der den Kreis schneidenden Geraden g: $x - 7y = -8$ liegt.
Berechne den Winkel zwischen dem Kreis k und der Geraden g.

4) Bestimme die Schnittpunkte folgender zwei Kreise mit Hilfe des „GRAPH"-Bildschirmes des TI-92.
k_1: $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 20$
k_1: $x^2 + y^2 + 2x - 10y = -16$

5) Leite eine Berührbedingung (analog zur Berührbedingung eines Kreises) für folgende Kurve her. ell: $b^2\cdot x^2 + a^2\cdot y^2 = a^2\cdot b^2$ (g: $y = k\cdot x + d$)
(Schreibe das Ergebnis so an, daß alle Ausdrücke, in denen a und b vorkommen, auf einer Seite der Gleichung stehen und der Rest auf der anderen Seite.)

6) Eine Ellipse (a = 2,5 cm, b = 2 cm) in **2.** Hauptlage soll mit M = 2 : 1 gezeichnet werden: Scheitelkrümmungskreiskonstruktion und punktweise für einen exemplarischen Punkt.
Führe noch zusätzlich folgende Benennungen durch:

C .... M_C ....
e .... CD ....
$\overline{CD}$ ....

Viel Erfolg !

Punkteverteilung:

48 - 46 ... Sehr gut
45 - 40 ... Gut
39 - 32 ... Befriedigend
31 - 24 ... Genügend
< 24 ... Nicht genügend

1)	/ 8
2)	/ 6
3)	/ 10
4)	/ 7
5)	/ 7
6)	/ 10
	/ 48

Note:

7B

22.12.97

3. Mathematikschularbeit

Bei den Beispielen 1) und 2) ist bei jeder Berechnung mit dem TI-92 eine **vollständige Dokumentation** anzugeben !

1) Kurvendiskussion von f: $y = -\frac{1}{100}\left(x^3 - 3x^2 - 144x + 432\right)$

Bestimme mit Hilfe des GRAPH-Bildschirm: Nullstelle(n), Extremwert(e), Wendepunkt(e), Tangente(n) in jedem Wendepunkt, Monotonie- und Krümmungsintervalle. Skizze ins Heft!

BERECHNE: Nullstelle(n), x-Koordinaten der Extremwerte, Tangentengleichung in einem Wendepunkt.

2) Die kinetische Energie eines Autos, dessen Geschwindigkeit gleichmäßig zunimmt, sei gegeben durch $E(t) = 5000 \cdot t^2$, wobei t in Sekunden und E(t) in Joule gemessen wird.

a) Berechne die Zunahme der kinetischen Energie in den Zeitintervallen [5;20] und [1,5;2]. (Berechnung: An einem Intervall händisch; an beiden Intervallen mit Hilfe des TI-92)

b) Wie schnell nimmt die kinetisch Energie zum Zeitpunkt 10, 20 und t zu ? (Berechnung: Zu einem Zeitpunkt händisch; zu allen Zeitpunkten mit Hilfe des TI-92)

c) Zu welchem Zeitpunkt nimmt die kinetische Energie am langsamsten zu ? (Begründung durch Rechnung mit dem TI-92!)

3) a) Vervollständige folgende Tabelle:

	mathematischer Begriff	(mathematische /physikalische) Schreibweise	physikalische Bedeutung für eine Zeit - Weg - Funktion s(t)
mittlere Änderungsrate			
lokale Änderungsrate			

b) Gib die Berechnung der Geschwindigkeit in einem Zeitintervall $[t_0,t_1]$ an: ....

Gib die Berechnung der Geschwindigkeit zu einem Zeitpunkt t an: ....

Viel Erfolg !

Punkteverteilung:

48 - 46 ... Sehr gut
45 - 40 ... Gut
39 - 32 ... Befriedigend
31 - 24 ... Genügend
< 24 ... Nicht genügend

1) / 22
2) / 18
3) / 8
/ 48

Note:

7B , 26.3.98

4. Mathematikschularbeit

(2-stündig)

1) Kurvendiskussion von $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$
   Berechne im **HOME**-Bildschirm: Nullstelle(n), Extremwert(e) (inkl. H bzw. T bzw. ∃), Wende-punkt(e) (inkl. ∃ bzw. ∃). Skizze des Graphen ins Heft! Monotonie- und Krümmungsintervalle.

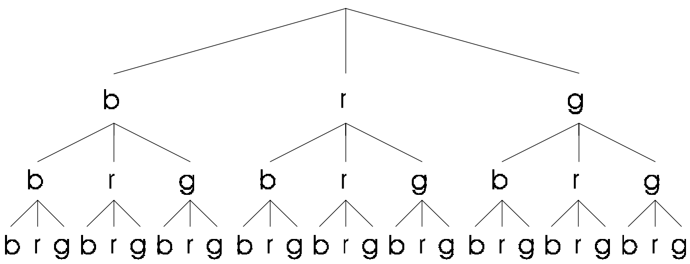
2) Der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades hat im Koordinatenursprung einen Wendepunkt und im Punkt $A(2\,/\,\frac{2}{3})$ den Anstieg 3. Gib die <u>Polynomfunktion</u> an !
   Löse das auftretende Gleichungssystem „**händisch**“.

3) Der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades geht durch P(-3/-1), besitzt in W(1/1) einen Wendepunkt und in Q(3/y) eine waagrechte Tangente. Gib die <u>Polynomfunktion</u> an ! Löse das auftretende Gleichungssystem mit dem **SIMULT**-Befehl.

4) $f(x) = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$ Bilde die <u>erste Ableitungsfunktion</u> von f („**händisch**“), vereinfache durch Herausheben und anschließendes Kürzen; dasselbe mit der <u>zweiten</u> <u>Ableitungsfunktion</u>. (Kontrolle durch Berechnung mit dem TI-92.)

5) Ein Basketballspieler wirft einen Ball zweimal nach dem Korb. *Der Korb versucht auszuweichen, setzt zum Sprung an und ..., aber das ist eine andere Geschichte.*
   Die Trefferwahrscheinlichkeit des Spielers beträgt pro Wurf 0,7. Zeichne ein <u>Baumdiagramm</u> und berechne die Wahrscheinlichkeiten zu folgenden Ereignissen.
   A: Der Spieler trifft kein einziges Mal.
   B: Der Spieler trifft genau ein Mal.
   C: Der Spieler trifft nur das zweite Mal.
   D: Der Spieler trifft höchstens ein Mal.

6) In einem Säckchen befinden sich 5 blaue, 3 rote und 7 gelbe Murmeln. Wie groß ist die Wahr-scheinlichkeit beim <u>Ziehen von 3 Kugeln</u> **a**) 3 gleichfarbige, **b**) <u>genau</u> 2 gelbe zu erhalten ?
   Trage die möglichen Pfade für b) in untenstehendes Baumdiagramm ein.



Viel Erfolg !

Punkteverteilung:

48 - 46	... Sehr gut
45 - 40	... Gut
39 - 32	... Befriedigend
31 - 24	... Genügend
< 24	... Nicht genügend

1)	/ 10
2)	/ 8
3)	/ 8
4)	/ 8
5)	/ 7
6)	/ 7
	/ 48

Note:

7B

29.5.98

5. Mathematikschularbeit

(2-stündig)

1) Diskutiere die Funktion $f(x) = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$ auf beliebige Weise **mit** dem TI-92. (Dokumentation !)
Nullstelle(n), Extremwert(e), Wendepunkt(e), Polstellen, Asymptoten, Graph auf den Zettel übertragen (Maßstab 1:1), Monotonie- und Krümmungsintervalle.

2) Berechne Nullstellen, Polstellen und Asymptoten von $f(x) = \dfrac{x^3 - 9x^2}{2 \cdot (x-8)^2}$ **ohne** TI-92.

3) Ein Fenster soll die Gestalt eines Rechtecks mit aufgesetztem Halbkreis erhalten. Der Gesamt-umfang U beträgt 400 cm. Wie müssen Breite und Gesamthöhe (= Abstand Basis - Scheitel des Halbkreises) gewählt werden, daß der Flächeninhalt des Fensters (und damit der Lichteinfall) maximal wird ? Nachweis des Maximums ! ($\text{Kreis}_{\text{Umfang}} = 2r\pi$, $\text{Kreis}_{\text{Fläche}} = r^2\pi$)

4) Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten (7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, As je in den 4 Farben Herz, Karo, Pik, Treff) werden 3 Karten gezogen (**ohne** Zurücklegen).
Es sei X die Anzahl der gezogenen Herzkarten. Baumdiagramm !
Berechne die Wahrscheinlichkeiten für X=0, 1, 2 und 3, den Erwartungswert und die Standard-abweichung.

5) Durch welche zwei Eigenschaften zeichnen sich Binomialverteilungen aus ?

6) Auf dem Weg von der Wohnung zu seiner Arbeitsstätte hat ein Autofahrer insgesamt 15 Ampeln zu passieren, die unabhängig von einander geschaltet sind. Erfahrungsgemäß kann er jede Ampel mit der Wahrscheinlichkeit von 30% ohne Wartezeit passieren.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt frühestens die 6. Ampel rot ?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht er auf einer Fahrt mehr als die Hälfte der Ampeln bei Grün, kann diese also ohne Verzögerung passieren ?
c) Mit wievielen roten Ampeln ist auf einer Fahrt zu rechnen ?
(Bemerkung: Der Erwartungswert einer binomialverteilten Zufallsvariablen X ist definiert durch $E(X) = n \cdot p$.)

7) Ilse und Gertrud spielen gleich gut Tennis, d.h. vor jedem Spiel ist für jede der beiden die Gewinnwahrscheinlichkeit gleich ½ . Was ist wahrscheinlicher:
a) dass Ilse 3 von 4 oder dass Ilse 5 von 8 Spielen gewinnt ?
b) dass Ilse mindestens 3 von 4 oder dass Ilse mindestens 5 von 8 Spielen gewinnt ?

Viel Erfolg !

Punkteverteilung:

48 - 46	... Sehr gut
45 - 40	... Gut
39 - 32	... Befriedigend
31 - 24	... Genügend
< 24	... Nicht genügend

1)	/ 10
2)	/ 6
3)	/ 10
4)	/ 10
5)	/ 2
6)	/ 6
7)	/ 4
	/ 48

Note:

7B

12.6.98

Wiederholung der

<u>5. Mathematikschularbeit</u>

(2-stündig)

1) <u>Diskutiere</u> die Funktion $f(x) = \dfrac{x^2 \cdot (x-9)}{2 \cdot (x-8)^2}$ im **HOME-Screen** des TI-92. (Dokumentation !)

   Nullstelle(n)*****, Extremwert(e), Wendepunkt(e), Polstellen*****, Asymptoten*****, Graph auf den Zettel übertragen (1 E_x = 1 E_y = 1 cm), Monotonie- und Krümmungsintervalle. *****... auch **händisch** !

2) Zeichne einen <u>Graphen</u>, der folgende Bedingungen erfüllt: Polstelle bei -3; Asymptote $y = -x - 2$; Sattelpunkt S(0/1); Wendepunkt (6/-4); monoton fallend im Intervall $]-\infty;-3[$ und $]-3;\infty[$.

3) Ein Zelt (ohne Boden) besteht aus einem Drehzylinder mit aufgesetztem Drehkegel, wobei eine Erzeugende des Kegels die Länge 6m hat und die Zylinderhöhe 2m beträgt. Bestimme <u>Radius</u> und <u>Kegelhöhe</u> so, dass das Volumen des Zeltes maximal wird. Nachweis des Maximums ! Berechne auch das <u>Zeltvolumen</u>. ($Zylinder_{Volumen} = r^2\pi h$, $Kegel_{Volumen} = (r^2\pi h)/3$)

4) Die drei Kanonen A, B, C einer Stellung haben die jeweilige Trefferwahrscheinlichkeit P(A) = 0.2, P(B) = 0.15, P(C) = 0.1. Jede Kanone wird einmal abgefeuert. X sei die Gesamtanzahl der Treffer.
   a) Gib an welche <u>Kombinationsmöglichkeiten</u> der Kanonen für X = 0,1,2,3 es gibt und berechne die dazugehörigen <u>Wahrscheinlichkeiten</u>.
   b) Berechne <u>Erwartungswert</u> und <u>Varianz</u> der Zufallsvariablen X (auf 2 Dez. genau).

5) Polizeilichen Statistiken zufolge beträgt der Anteil der Autolenker, die während der Fahrt keinen Sicherheitsgurt tragen, 15%. Diese werden in Folge als Gurtenmuffel bezeichnet. Man darf annehmen, daß die Autofahrer den Gurt unabhängig voneinander anlegen oder nicht.
   20 Lenker werden überprüft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
   a) <u>mindestens 4</u> Gurtenmuffel zu erhalten ?
   b) dass <u>mehr als 12</u> Lenker angegurtet sind ?
   c) dass <u>5</u> Lenker eine Verwarnung wegen nicht Anlegen des Sicherheitsgurtes bekommen ?

6) Zwei Schachspieler, von denen der eine den anderen erfahrungsgemäß mit der Wahrscheinlichkeit 0,6 schlägt, beschließen 5 Spiele zu spielen.
   a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt der schlechtere Spieler <u>mehr als die Hälfte</u> der Spiele ?
   b) Gewinnt der bessere Spieler <u>mindestens 3 von 5</u> Spielen eher, als dass der andere <u>maximal 2 von 5</u> Spielen gewinnt ? (Rechnung !)

Viel Erfolg !

Punkteverteilung:

48 - 46	... Sehr gut	1)	/ 14
45 - 40	... Gut	2)	/ 4
39 - 32	... Befriedigend	3)	/ 10
31 - 24	... Genügend	4)	/ 9
< 24	... Nicht genügend	5)	/ 5
		6)	/ 6
			/ 48

<u>Note:</u>