

Name:

- 1.) Eine in D definierte Funktion $y=f(x)$ heißt linksgekrümmt, wenn gilt:

$$\forall x_1, x_2 \in D, x_1 < x_2: f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$$

Zeige, daß $f(x) = x^2 - 1$ in ganz \mathbb{R} linksgekrümmt ist!

8 Punkte

-
- 2.) Gegeben ist ein Kreis $K[M(0|3) ; r=5]$ und die Gerade $g: 2x + y = 7$.

- a) Berechne die Schnittpunkte S_1, S_2 der Geraden g mit dem Kreis K !
- b) Berechne den Schnittpunkt S der in S_1 und S_2 angelegten Tangenten t_1 und t_2 !
- c) Zeige, daß die Gerade g die Polare von S ist!
- d) Berechne die Inversion S' des Punktes S am Kreis K !

16 Punkte

-
- 3.) Gegeben sind die Kreise $K_1[M_1(0|0) ; r_1=2]$ und $K_2[M_2(6|6) ; r_2=4]$.

- a) Berechne die Potenzgerade! Wähle die Koordinaten eines beliebigen Punktes P auf dieser Pot und berechne die Tangentenabschnitte, die man von P aus an die beiden Kreise legen kann. Zeige, daß sie alle gleich lang sind!
- b) Konstruiere die Aufgabe!

16 Punkte

-
- 4.) Aktien steigen im 1.Jahr um 10(20) % und im 2.Jahr um 90(80) %.

Um wieviel % sind die Aktien „im Schnitt“ gestiegen?

Wie groß wäre in jedem Fall der Fehler, wenn man statt des geometrischen das arithmetische Mittel verwenden würde?

8 Punkte

Anmerkung: Gib bei allen Berechnungen, wo Du den TI-92 einsetzt, ein nachvollziehbares Protokoll Deiner Verwendung an!

Übungen zur 1.Schularbeit:

- 1.) Wie kann man die Potenzgerade zu zwei sich nicht schneidenden, außen liegenden Kreisen konstruieren, wenn man weiß, daß von jedem Punkt der Potenzgeraden die Tangentenabschnitte zu den zwei Kreisen gleich groß sind?
- 2.) Gegeben ist der Kreis K und die beiden Punkte A und B.
Wähle selbst konkrete Angaben und berechne die Polare a zum Pol A und die Polare b von B!
Zeige, daß der Schnittpunkt S von a und b der Pol der Verbindungsgerade g[A,B] ist.
- 3.) Erkläre anhand geeigneter Beispiele das arithmetische, geometrische und harmonische Mittel, wie wir es im letzten Schuljahr kennengelernt haben!
- 4.) Für den TI-92 habe ich Dir folgendes Protokoll aufgeschrieben. Kannst Du eruieren, was mit diesen Anweisungen ermittelt wird? Formuliere eine geeignete Aufgabe dazu!
seq(i, i, 1, 9) -> l1
seq(1+i/100, i, 10, 90) -> l2
seq(1+(100-i)/100, i, 10, 90) -> l3
*√(l1*l2)-1 -> l4*
APPS: 6: Data/Matrix Editor New: geomittl
c1 = l1
c2 = l2
c3 = l3
c4 = l4
F2: Plot Setup: F1: Define
Plot Type: xyline
x.....c1
y.....c4
♦ *Graph: F2: ZoomData*
- 5.) Für alle positiven reellen Zahlen $x_1 < x_2$ gilt: $\sqrt{\frac{x_1+x_2}{2}} > \frac{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}{2}$!
Zeige diesen Sachverhalt am Graphen von $y=\sqrt{x}$ und interpretiere diese Formulierung mit eigenen Worten!
- 6.) Durch den Punkt P geht eine Gerade, die aus dem Kreis K die kürzeste Sehne ausschneidet. Formuliere einen Lösungsweg zur Berechnung der Länge und zur Bestimmung der Koordinaten der Endpunkte dieser Sehne!
- 7.) Welche Kreisschar wird mit dem Parameter a beschrieben:
a) $x^2 + y^2 - 2 a x = 0$,
b) $x^2 + y^2 - 2 a x - 2 a y + a^2 = 0$
- 8.) Der Kreis K: $x^2 + y^2 = 25$ ist keine Funktion! Warum?
Am TI-92 kann man mit dem MODUS FUNC den Kreis K nicht darstellen.
Es gibt dennoch Möglichkeiten, den Kreis im Grafikfenster zeichnen zu lassen. Wie?
- 9.) Gegeben ist ein Kreis K und 3 Punkte A,B,C (am besten außerhalb von K).
Konstruiere die Polaren a,b,c von A,B,C bezüglich K und schneide sie paarweise!
Zeige, daß diese Schnittpunkte die Pole von den Seiten des Dreiecks ABC sind!
Man nennt so ein Dreieck POLARDREIECK!

Name:

- 1.) a) Wie kann man sehr kurz und einfach nachweisen, daß sich zwei Kreise rechtwinkelig schneiden? 4 Punkte
 b) Zeige dies rechnerisch und konstruktiv anhand der beiden Kreise:
 $k_1 [M_1(3|-6); r_1 = \sqrt{20}]$ und $k_2 [M_2(-7|4); r_2 = 6\sqrt{5}]$ LE: 0.5 cm 8 Punkte
-

- 2.) a) Wie kann man ohne TI-92 sehr rasch das einfache Ergebnis von $(1+i)^{12}$ ermitteln?
 b) Ermittle mit Hilfe des Satzes von MOIVRE eine ausschließlich von $\cos(\theta)$ abhängige Formel für $\cos(3\theta)$!
 c) Wie kann man sehr einfach zeigen, daß die Zahlen $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ und $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ Kehrwerte zueinander sind?
 d) Begründe, warum die Multiplikation einer komplexen Zahl mit i geometrisch einer Drehung um 90° entspricht! 16 Punkte
-

- 3.) Gegeben ist die Funktion $f: y = (x^3 - 6x^2 + 9x - 8)/4$ und der Definitionsbereich $D=[0;5]$.
 a) Ermittle mit Hilfe des TI-92 die Nullstelle(n), das Maximum, das Minimum, den Wendepunkt mit Wendetangente in D!
 b) Fertige unter Verwendung der Ergebnisse von a) eine genaue Zeichnung des Graphen von f an! (LE: 1cm) 12 Punkte
-

- 4.) Die allgemeine Gleichung $ax^4 + bx^2 + a = 0$ hat in \mathbb{C} genau 4 Lösungen. Ermittle für folgende Werte von a und b die Lösungen und formuliere eine Vermutung, welche allgemeine Form die Lösungen besitzen:

a	b	x_1	x_2	x_3	x_4
2	-5				
3	-10				
4	-17				
5	-26				

8 Punkte

Anmerkung: Gib bei allen Berechnungen, wo Du den TI-92 einsetzt, ein nachvollziehbares Protokoll Deiner Verwendung an!

Übungen:

- 1.) Berechne $1/i$, $(1+i)^2$, $(1-i)^2$, $5/(3+4i)$, $\sqrt[3]{(2i)}$, i^{-13} , i^{13}
- 2.) Seien z und z^* konjugiert komplexe Zahlen:
Berechne: $z+z^*$, $z-z^*$, z^*-z , $z \cdot z^*$, z/z^* , z^*/z
- 3.) Ermittle sämtliche Lösungen von $x^6-1=0$ in \mathbb{C} in der Binomialform!
- 4.) Berechne mit Hilfe des HORNER-Schemas die Werte $f(2)$, $f(1)$, $f(-2)$, $f(i)$, $f(1+i)$ für
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$
- 5.) Gegeben sei $p_5(x) = 3x^5 - 2x^3 + x^2 - 3x + 7$ und $x = 2$
Führe wiederholtes HORNER-Schema durch und zeige, daß man p_5 mit den
Randkoeffizienten um $x=2$ entwickeln kann.
- 6.) Löse die biquadratische Gleichung: $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$
- 7.) Wie berechnet man den Schnittwinkel zwischen zwei Kreisen?
- 8.) Welche Lagebeziehung besteht zwischen den beiden Kreisen:
 $k_1: (x-4)^2 + (y+3)^2 = r^2$ und $k_2: (x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$, wenn $r = 5$ ist?
Gib einen Wert für r an, sodaß die beiden Kreise
 - a) keinen Punkt gemeinsam haben,
 - b) zwei Schnittpunkte haben,
 - c) k_1 von k_2 inne berührt wird,
 - d) k_2 im Innern von k_1 liegt!
- 9.) Welche Kreisschar wird jeweils beschrieben? Zeichnung
 - $x^2 + y^2 - 2ax = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2ay = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2ax - 2ay + a^2 = 0$
- 10.) Diskutiere folgende Funktionen:
 - a) $y = (-x^4 + 8x^3 - 18x^2 + 36)/9$
 - b) $y = -3x^5 + 10x^3 - 15x$
- 11.) Zeichne den Graph einer Polynomfunktion, die bei $N_1(-2|0)$ und $N_2(5|0)$ die x -Achse
schneidet, die y -Achse bei $y=2$ trifft, bei N_1 einen Tiefpunkt, bei $x=0$ einen Hochpunkt, bei
 $(-1|1)$ einen Wendepunkt und bei $(2|1)$ einen Sattelpunkt hat.
- 12.) Zeige, daß gilt: $\forall x \in \mathbb{R}, x(1-x) \leq \frac{1}{4}$ mit Hilfe des Graphen $y = x(1-x)$.
- 13.) Löse die komplexe Gleichung: $(2-i)x = 5 + 10i$
- 14.) Begründe, warum folgende Gleichung nur komplexe Lösungen haben kann:
 $(x-a)^2 + b^2 = 0$
- 15.) Beschreibe die Menge aller z in \mathbb{C} , für die gilt:
 $|z| = 4$ bzw. $|z-2| = 1$

Name:

- 1.) Gegeben ist die reziproke Funktion $r(x) = 1/x$:
- Berechne den Differenzenquotienten im Intervall $[x_0; x_0+h]$ und den Differentialquotienten an der Stelle x_0 !
Welche Einschränkung ist bei diesen Berechnungen treffen?
 - Berechne die Sekantensteigung in $[2;5]$ und den Winkel, den die Tangente an der x-Stelle 2 mit der x-Achse einschließt!
-
- 2.) Die Höhe eines aus der Höhe 25 m lotrecht nach oben geworfenen Steines nach t Sek. ist durch $s(t) = 25 + 20t - 5t^2$ gegeben.
- Berechne die mittlere Geschwindigkeit im Intervall $[t_0; t_1]$ und die momentane Geschwindigkeit in t_0 ! Stelle damit das Zeit-Geschwindigkeit-Gesetz $v(t)$ auf!
 - Welche mittlere Geschwindigkeit ergibt sich im Zeitintervall $[1;3]$? Wie ist das Ergebnis zu erklären? Berechne dazu die mom. Geschwindigkeiten $v(1)$ und $v(3)$!
 - Berechne nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit der Stein am Boden auftrifft!
 - Wann hat der Stein die maximale Höhe erreicht und wie groß ist diese max. Höhe?
-
- 3.) Ermittle jeweils jene Punkte $E(x,y)$, in welchen $f'(x)=0$ ist! Achte darauf, ob diese Stelle überhaupt im Definitionsbereich liegt!
- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ | b) $f(x) = \frac{x^2}{(2x-1)^3}$ |
| c) $f(x) = (2x^2 - 10)\sqrt{x}$ | d) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3$ |
-
- 4.) Die Bewegung eines Massenpunktes ist durch die Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ beschrieben, deren Graph dargestellt ist.
- Zeichne den Graph der 1.Ableitung ein
 - Beschreibe den Bewegungsablauf mit eigenen Worten!

Anmerkung: Gib bei allen Berechnungen, wo Du den TI-92 einsetzt, ein nachvollziehbares Protokoll Deiner Verwendung an!

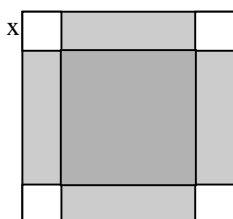
Name:

- 1.) Gegeben ist die reziproke Funktion $f: y = 4 - \frac{1}{4}x^2$
- Berechne den Differenzenquotienten im Intervall $[x_0; x_1]$ und den Differentialquotienten an der Stelle x_0 !
 - An welcher Stelle hat f die gleiche Steigung wie die Sekante im Intervall $[0;4]$? Fertige dazu eine genaue Zeichnung an! (LE: 1 cm)

- 2.) Zwischen der Innen- und der Außenseite einer Hauswand herrscht im Winter ein Temperaturgefälle, das durch die Gleichung $T(x) = \frac{T_i}{1 + bx^2} - T_a$ gegeben ist, wobei x die von der Innenseite her gemessene Mauertiefe in cm, $T_i = 25^\circ\text{C}$ die Innentemperatur, $T_a = -10^\circ\text{C}$ die Außentemperatur und $b = 1/9$ eine von der Beschaffenheit der Mauer abhängige Konstante ist. Für das Wohnklima entscheidend ist der sogenannte „Taupunkt“. Das ist jener „Punkt“, bei dem die Feuchtigkeit kondensiert.
- Zeichne mit Hilfe des TI-92 das Temperaturgefälle für eine 50 cm dicke Mauer! Wähle geeigneten Maßstab!
 - In welcher Tiefe liegt der Taupunkt, wenn die Kondensation bei 5°C erfolgt? Einzeichnen!

- 3.) $N(t)$ sei die Zahl der Atome einer bestimmten Menge einer radioaktiven Substanz zum Zeitpunkt t . Erkläre mit eigenen Worten, was
- die Ungleichung $\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} < 0$ besagt!
 - die Gleichung $\frac{dN(t)}{dt} = -c \cdot N(t)$ bedeutet, wenn $c > 0$ ist!
 - Wie muß demnach die Kurve $N(t)$ in etwa aussehen? Skizze!

- 4.) Bei einem Quadrat mit Seitenlänge $a = 12$ cm werden quadratische Ecken mit Seitenlänge x entfernt. Die entstehenden Laschen werden zu einer oben offenen Schachtel hochgebogen.



- Formuliere das Volumen $V(x)$ in Abh. von x und zeichne diese Funktion mit einem sinnvollen Definitionsbereich!
- Wie groß muß man x wählen, damit dieses Volumen maximal wird. Bestimme dazu den Hochpunkt von $V(x)$!

Anmerkung: Gib bei allen Berechnungen, wo Du den TI-92 einsetzt, ein nachvollziehbares Protokoll Deiner Verwendung an!

Name:

Aufgabe 1:

Erfahrungsgemäß kommen etwa 30% der Kandidaten bei einer Wiederholungsprüfung durch. Das Nachhilfeeinstitut „PLUS“ behauptet, daß die 25 von ihnen betreuten Schüler signifikant besser seien.

- Erkläre, was signifikant besser heißt?
- Begründe, warum hier ein einseitiger Test sinnvoll ist und formuliere Null- und Gegenhypothese!
- Wieviele von den 25 Schülern müßten demnach die Prüfung mindestens schaffen, damit man obige Behauptung akzeptieren kann?

Aufgabe 2:

a) Stelle die Gleichung des kleinen und großen Krümmungskreises einer Ellipse(a,b) auf! Rechne dazu die Krümmungskreis konstruktion analytisch nach!

b) Eine Parabel Par hat die gleiche Brennweite wie die Hyperbel Hyp: $64x^2 - 36y^2 = 9$. Zeichne die beiden Kegelschnitte und berechne ihre Schnittpunkte S_1 und S_2 !

Aufgabe 3:

a) Der Parabel $y^2 = 2px$ ist das flächengrößte, achsensymmetrische Dreieck mit der Spitze $S(a>0|0)$ einzuschreiben. Dieses Dreieck rotiert um die x-Achse. Wie groß ist das Volumen dieses Drehkörpers?

b) Nun ist der Parabel jenes Dreieck einzuschreiben, daß bei Rotation um die x-Achse den volumsgrößten Kegel liefert! Es ist zu beantworten, ob die beiden Kegel gleich groß sind!

Aufgabe 4:

a) Jetzt kommt wieder die große Reisezeit und viele fliegen. Statistisch beobachtet erscheinen allerdings etwa 4% aller Fluggäste, die Plätze reserviert haben, nicht zum vereinbarten Flug. Eine Fluggesellschaft hat 125 Flugkarten für 121 verfügbare Plätze verkauft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die – in der Praxis übliche – Überbuchung gut geht?

b) Schaltteile haben eine Gewährleistung von p. Welche der beiden Schaltungen ist sicherer? Begründe mathematisch, indem Du mit Hilfe von p die Wahrscheinlichkeit ausdrückst, mit der die jeweilige Schaltung funktionieren wird und dann miteinander vergleichst!



Name:

Aufgabe 1:

- Erfahrungsgemäß bestehen etwa 60% der Fahrschüler die Fahrprüfung nicht auf Anhieb. Wieviele Kandidaten müssen unter dieser Voraussetzung mindestens antreten, daß mit 90%iger Sicherheit mindestens eine Prüfung bestanden wird?
- Mit dem neuen Computersystem werden 50 Kandidaten getestet. Wieviele Personen müßten die Fahrprüfung mindestens bestehen, damit man dem neuen Prüfungsmodus eine signifikant bessere Erfolgsquote attestieren kann.
- Wie kann mit Hilfe des TI-92 am Beispiel $n=50$ und $p=0.4$ gezeigt werden, daß der Erwartungswert (=Mittelwert) $\mu=20$ ist und somit die Formel $\mu=n.p$ bestätigt wird. (Genau die Ein- und Ausgabesequenzen anführen!)

Aufgabe 2:

- Welche(r) Punkt(e) P der Hyperbel HYP: $x^2 - 4y^2 = 100$ hat von S(20|0) den kleinsten Abstand?
- Bei welchem Punkt der Hyperbel HYP wird der Flächeninhalt des zur x-Achse symmetrischen, eingeschriebenen Dreiecks mit der Spitze S am größten?
- Konstruiere die Hyperbel und zeichne die Lösungen von a) und b) ein! (LE: 1cm = 5)

Aufgabe 3:

- Konstruiere die Ellipse Ell: $x^2 + 4y^2 = 36$. Berechne und konstruiere jene Punkte der Ellipse, deren Leitstrahlen normal aufeinander stehen.
- Der Parabel Par: $y^2 = 2px$ ist ein Quadrat ABCD so einzuschreiben, daß A=(0|0), B und D auf der Parabel und C auf der x-Achse liegt. Drücke die Koordinaten der Punkte B,C,D durch p aus! Wähle ein p und zeichne die Parabel mit zugehörigen Quadrat!

Aufgabe 4:

- Entwickle eine Formel für folgendes Problem:
Ein Multiple-Choice-Test hat n Fragen mit a Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils r richtig und anzukreuzen sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß
 - genau k Fragen
 - mindestens k Fragenrichtig beantwortet sind, wenn der Kandidat rein zufällig ankreuzt?
- Von den 30% Schülern mit mind. 1 Jahr Schullaufbahnverlust sind 30% Mädchen. Bei den restlichen Schülern ist das Verhältnis Knaben zu Mädchen 2:3.
 - Wieviel % der Knaben sind Schüler ohne Schullaufbahnverlust?
 - Wieviel % der Schüler ohne Schullaufbahnverlust sind Knaben?
 - Wie groß ist die prozentuelle Aufteilung der Geschlechter insgesamt?