

# Schriftliche Reifeprüfung am Stiftsgymnasium Wilhering

Haupttermin 1997/98

8.B Klasse

Mathematik - Gruppe B

1. Ende April 1986 ereignete sich in Tschernobyl die bislang schwerste Reaktorkatastrophe in der Geschichte der zivilen Nutzung der Kernenergie. Im radioaktiven Fallout, der auch Österreich verseuchte, war mengenmäßig das Isotop Cäsium 137 stark vertreten. Im Laufe eines Jahres zerfallen etwa 2,3% des vorhandenen Cäsiums.
  - a) Wieviel % von dieser radioaktiven Substanz sind noch nach 2, 5, 10 Jahren vorhanden? Erstellen Sie dazu ein rekursives Modell. Wählen Sie als Startwert 100 für 100%. Skizzieren Sie eine graphische Darstellung dieses Zerfallsprozesses über die ersten 50 Jahre.
  - b) Stellen Sie das Zerfallsgesetz in der Form  $N(t) = N_0 \cdot a^t$  auf. Welche Bedeutung hat  $a$ ?
  - c) Wann ist nur mehr die Hälfte des freigesetzten Cäsiums vorhanden? Lösen Sie dieses Problem anhand der Tabelle und mit `solve` im Home-Fenster.
  - d) Berechnen Sie, wieviel % der Anfangsmasse seit dem Unfall (bis Ende April 1998) zerfallen sind.
  - e) Wann wird die Cäsiumbelastung bis auf 1% ihres Maximalwertes zurückgegangen sein?
  
2. Ein Löschteich hat die Form eines Drehparaboloids ( $y = \frac{x^2}{20}$  rotiert um y-Achse). Der Teich hat eine Tiefe von 5 m.

Aus dem vollen Teich wurden ungefähr  $500\text{m}^3$  (rechnen Sie mit  $160\pi$ ) Wasser abgepumpt. Um wieviel m ist der Wasserspiegel gesunken? Wieviel Energie war dafür notwendig, wenn das Wasser 1m über den Teichrand gepumpt wurde?

Schätzen Sie diese Pumparbeit mittels Ober- und Untersummen ab. Zeichnen Sie dazu den Integranden in ein Graphikfenster. Berechnen Sie die Ober- und Untersummen bzw. auch deren Differenz für 10 bzw. 100 Teilintervalle. In wieviel Teilintervalle muß man das Ausgangsintervall zerlegen, damit die Differenz zwischen Ober- und Untersumme kleiner als 10000 J wird?

3. Das Quadrat ABCD[A(1/2/3), B(5/0/-1), C(3/4/c<sub>3</sub><0), D] ist die Grundfläche einer geraden quadratischen Pyramide mit dem Volumen 72. Ermitteln Sie die Koordinaten der Eckpunkte C und D und der Spitze S (2 Lösungen). Berechnen Sie die Oberfläche der Pyramide sowie die Neigungswinkel der Seitenkanten und Seitenflächen zur Basisebene!
4. Man hat festgestellt, daß medizinisch wertlose Tabletten ("Placebos") bei vielen Patienten die gleiche Wirkung erzielen wie gleichaussehende echte Tabletten.
- a) In einer Klinik bekommt ein Patient zur Beruhigung zwei Tabletten. Die Schwester nimmt diese beiden Tabletten nacheinander zufällig aus einer Schachtel, in der 5 Beruhigungstabletten und 1 Placebo sind. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse:
- Beide Tabletten sind echt.
  - Nur die erste Tablette ist echt.
  - Eine der beiden Tabletten ist das Placebo.
- b) Von 6 echten Tabletten werden 2, 3, oder 4 durch Placebos ersetzt. Berechnen Sie für diese drei Fälle: Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt der Patient bei 2 verabreichten Tabletten mindestens ein Placebo? Wieviele der 6 echten Tabletten müssen also durch Placebos ersetzt werden, damit der Patient mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% ein oder zwei Placebos erhält?
- c) In der Klinik weiß man, daß 60% derjenigen Patienten, die Beruhigungsmittel nehmen, auf Placebos ansprechen. Wie viele Patienten, die Beruhigungstabletten nehmen, müßte man untersuchen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% wenigstens einen unter ihnen zu finden, der auf Placebos anspricht?
- d) Ein Arzt der Klinik vertritt die Meinung, daß der in Teilaufgabe c) beschriebene Anteil p erhöht werden kann, wenn man Placebos mit ausgesprochen bitterem Geschmack verwendet. Er gibt dazu 20 Patienten die neuen Placebos und stellt fest, daß 15 von ihnen ansprechen. Muß daraufhin die Hypothese  $p = 0.6$  verworfen werden? (Irrtumswahrscheinlichkeit 2%)