Forschungsprojekt des
Bundesministeriums für Unterricht und Kunst
(Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur)

Elektronische Lernmedien im Mathematikunterricht

(Einfluss auf das Lehren und Lernen, den Lehrplan
und die Leistungsbeurteilung)

Teil 5

Klassenkoordinatoren

Mag. Walter Klinger und
Mag. Walter Wegscheider

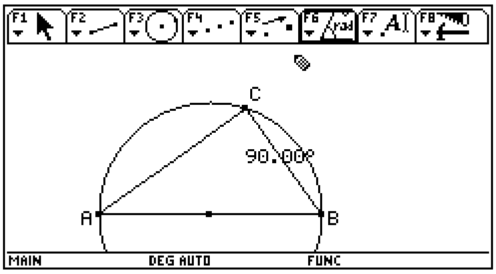
in Zusammenarbeit mit
den Klassenkoordinatoren

Hollabrunn, Februar 2001

5. KLASSENKOORDINATOREN

Der Bericht dokumentiert die Tätigkeit der Klassenkoordinatoren bei der Betreuung der Projektlehrer ihrer Unterrichtsstufe.

5.1. UNTERSTUFE (3. UND 4. KLASSE)



Von

Mag. Walter Klinger
Mag. Sieglinde Fürst

5.1.1. Bericht des Koordinators

Die Anzahl der 3. Und 4. Klassen hat seit dem letzten Projekt nicht zugenommen. Es gibt nur ca. 15 Klassen in Österreich in denen der TI-92 oder der TI-89 eingesetzt wird. Die Gründe sind vielschichtig:

- In der dritten Klasse ist ein Schwerpunkt die Elementare Algebra und viele Lehrer sind der Ansicht, dass diese Fähigkeiten und Fertigkeiten händisch beherrscht werden müssen.
- Das Hilfsmittel CA als didaktisches Werkzeug wird noch selten verwendet.
- Die Schülerinnen und Schüler verlassen teilweise die Schulen und gehen an andere mittlere und höhere Schulen. Es besteht die Befürchtung bei Eltern und Lehrern, dass die Taschenrechner danach nicht mehr verwendet werden können.
- Die Eltern sehen häufig nur den hohen Preis und nicht die Vorteile eines CA - Taschenrechners.
- Viele Lehrer stehen dem Einsatz erst in der 5. Klasse positiv gegenüber.

Es gibt nur wenige Schulen, die den TI-92 in allen Realgymnasiumklassen in der 3. Klasse einführen. Es gibt nur wenige gymnasiale Klassen die mit dem algebratauglichen Taschenrechner TI-92 ausgestattet sind.

5.1.2. Aktivitäten während des Projektzeitraumes

Bei den Arbeitstagungen wurde mit den betreffenden Projektlehrern der 3. Und 4. Klassen Klassen–koordinationstreffen durchgeführt.
Besonders wurde die Betreuung und der Projektklassenlehrer mit didaktischen Materialien (Homepage) und die Förderung der Neuen Lernkultur durchggeführt. Es entstanden drei Stationenbetreibe:

3. Klasse: „Direktes und indirektes Verhätnis“
„Gleichungslehre: Auf dem Weg zum x!“
4. Klasse: „Einführung in die Funktionenlehre“.

Weiters wurden Protokolle der Besprechungen an die Klassenlehrer weitergeleitet. Inhaltlich wurden didaktische Materialien entwickelt und in den Klassen getestet.

Vorhandene Materialien (in der Homepage von ACDCA einsichtig):

3. Klasse
- Direktes und indirektes Verhältnis (Boebachtungsfesnter)
- Formeln – Herleiten, Testen und Üben, Expandieren, Faktorisieren, Sustituieren und Bearbeiten von Termstrukturen
- Potenzschreibweise und Rechenregeln
- Geometrie mit dem TI-92
- Programmieren mit dem TI-92
- Direktes und indirektes Verhältnis
- Rechnen mit Potenzen und Termen
- Termstrukturen
- Grundlegendes zu Termen
- Grundlegendes Handling für den TI-92
- Rund ums Auto - Übungen

4. Klasse
- Heron-Verfahren: von den rationalen zu den irrationalen Zahlen
- Ein Zugang zur Iteration (Zyklische Maschine), Zinseszinsrechnung (mit und ohne KESt) und Ratenrückzahlungsmodelle
- Berechnung von Wurzeln
- Programmieren in der 4. Klasse

Fehlende Materialien:

3. Klasse:
- Ganze Zahlen (Zweiwertiges Minus) – Einstieg und Übungen
- Pythagoras mit dem TI-92
- Vergleichstechniken (Nicht mehr selbsterzeugte Terme müssen interpretierbar/vergleichbar sein)
- Prozentrechnung für die 3. Klasse (Modellbildung, Grundformeln)
- Statistik
- Gleichungen – Modellbilden, Übersetzungsregeln
- Eventuell Definieren von Konstanten und Funktionen

4. Klasse:
- Algebra (Übungsprogramme) Strukturerkennung, Übungen mit Hilfestellung
- Pathagoras – Anwendungen
- Kreis mit der Cabri-Geometrie
- Statistik
- Gleichungssystem

Diskussionsthemen bei den Klassenkoordinationstreffen:
- Es fehlt noch in jeder Klasse ein Anschluß an das Internet – Zukünftiges Arbeiten mit der Flash-Technologie
- Zu Thema Gleichungen fehlt noch ein didaktischer Zugang – Äquivalenzumformungen, Hilfestellungen für das Modellbilden
- Es gibt eher keine Probleme im Umgang mit dem TI-92 in den Klassen.
- Bei den Schularbeiten werden unterschiedliche Modelle gewählt:
  - Völliges Reset des Rechners
  - Jeder Rechner wird vom Lehrer kontrolliert
  - Alles wird zugelassen

5.1.3. Jahresplanungen in der 3. und 4. Klasse
(von Mag. Sieglinde Fürst)

Es wurde versucht einen sinnvollen Einsatz des TI-92 aus didaktischen Gesichtspunkten darzustellen:

Jahresplanung Mathematik 3. Klasse Realgymnasium

Monat	Lerninhalte	Lerninhalte mit dem TI-92
09	Einführung in die Geometrie des TI-92.	Konstruktion und Messung von Strecken und Winkel. Veranschaulichung des Satzes von Thales.
10	Kartesisches Koordinatensystem.	
	Rechnen mit dem TI-92: Ganze Zahlen – Prozentrechnungen.	Eingabe-Modus. SOLVE. APPROX.
	Flächeninhaltsformel für das recht–winkelige Dreieck. Flächeninhalt des Dreiecks.	Strecken messen, im Data/Matrix-Editor eintragen und damit rechnen (Tabellenkalkulation).
11	Parallelogramm. Rechnen mit Flächeninhalten	TI-92 in Verwendung als TR: Brüche untersuchen, Kürzen, etc.
	Endliche, periodische und gemischt periodische Dezimalzahlen unterscheiden.	
	Tabellen erstellen – Funktionsbegriff	Graphische Darstellung von Daten im Data/Matrix-Editor oder im y-Editor
12	Begriffe Variable, Term, Gleichung , Rechnen mit Termen.	Verwendung des TI zum Erarbeiten der Rechenregeln für das Auflösen von Klammern.
	Direktes und indirektes Verhältnis, keines von beiden.	Wiederholung: Graphische Darstellung von Daten im Data/Matrix-Editor oder im y-Editor, Formeln und Tabellen erstellen.
01	Potenzen	Eingabe und Rechnen mit Potenzen.
02	Herleiten des Flächeninhalts von Raute, Deltoid, Trapez. Flächenberechnungen.	TI zum Umformen von Formeln, SOLVE
	Zehnerpotenzen. Gleitkommadarstellung. Große Zahlen.	Ergebnisanzeigen am TI: wissenschaftliche und technische Schreibweise.
	Verhältnis am Maßstab einführen.	Data/Matrix-Editor für Maßstabberechnungen.
03	Multiplizieren von Termen	TI zum Überprüfen der Äquivalenz von Ausdrücken. EXPAND, FACTOR, comDenom Probe mit TI.
	Herleiten der Formel $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, a^2-b^2 , untersuchen von Termstrukturen.	
04	Strahlensatz Verhältnisgleichungen.	Data/Matrix-Editor zum Herleiten des Strahlensatzes. Auflösen von Proportionen.
05	Gleichungen-Äquivalenzumformungen-Lösungsmengen.	TI zum Überprüfen (SOLVE) oder Probe durch Einsetzen von Zahlen
		Programmieren mit dem TI: Anlegen eines „Formelheftes“. Benutzerdefiniertes Menü.
	Formeln ergänzen.	TI als Hilfsinstrument.
06	Lehrsatz des Pythagoras. Anwenden.	Data/Matrix-Editor zum Herleiten des Satzes. Wurzelziehen
	Zinseszinsrechnung	Formel im y-Editor und im SEQUENCE-Modus, graphische und tabellarische Darstellung
	Untersuchen, ob ein gegebenes Dreieck rechtwinkelig ist	Programm mit einer Verzweigung

Jahresplanung Mathematik 4. Klasse Realgymnasium

Monat	Lerninhalte	Lerninhalte mit dem TI-92
09	Wiederholung:	Wiederholung
10	Wiederholung: Zinseszinsrechnung	Arbeiten mit dem Sequence-modus, Folgen in Term- und rekursiver Darstellung, graphische Veranschaulichung am TI
	Wurzeln , Irrationale Zahlen, Einschranken von Wurzeln	Iteratives Vorgehen mit dem Heronverfahren – irrationale Zahl Methode der Intervallschachtelung
	Kreisumfang, die Zahl π, Kreisbogen	Experimentelle ermittlung von π, Arbeiten mit dem Data-M-E
11	Rechnen mit Wurzeln	Rechenregeln selbsttätig erarbeiten
	Kreisfläche, Kreissegment, Aufstellen von allgemeinen Formeln	Überprüfen der Äquivalenz verschiedener Formeln mit verschiedenen Methoden
12	Herausheben gemeinsamer Faktoren, binomische Formeln, $a^3 – b^3$, $(a + b)^3$	
	Kathetensatz und Höhensatz	
01	Anwendung des pythagoräischen LS	Eingabe von Potenzen.
	Lösen von Gleichungen-Textgleichungen	TI zur Probe mit unterschiedlichen Methoden
	Bruchterme	F2:6:comdenom
02	Rechnen mit Bruchtermen, Definitionsmenge	TI zur Probe mit unterschiedlichen Methoden
	Würfel, Quader, Prisma Kubikwurzel	Kubikwurzel
	Drehzylinder	
02	Herleiten des Raum- und Flächeninhalts von Werkstücken	TI zum Umformen von Formeln
03	Pyramiden	TI zum Überprüfen der Äquivalenz von Ausdrücken.
	Multiplikation und Division von Bruchtermen, Herausheben	
04	Offenes Lernen: Lineare Funktionen	TI zum Erarbeiten neuer Inhalte, Windowseinstellungen, Graphikfenster
	Eigenständiges Lernen: Quadratische Funktionen	TI zum eigenständigen Erarbeiten neuer Inhalte, Windowseinstellungen, Graphikfenster
	Lösen von Bruchgleichungen	TI als Probe
	Kegel	
05	Polynomdivision	
	Lösen von Gleichungssystemen, graphisches Lösen, Lösungsmethoden	Graphische Veranschaulichung mit TI, Schnittpunkt graphisch ermitteln,und berechnen
06	Eigenständiges Lernen: Ortslinien	Erarbeitung mit TI, Animation Benutzung des Geometriemodus
	Zusammenhang zweier Merkmale	Punktwolke, Ausgleichsgerade
	Eigenständiges Lernen Peripherie-und Zentriwinkel	Benutzung des Geometriemodus

5.1.4. Beispiele zum Einsatz des TI-92 in der 3. und 4. Klasse

(von Mag. Sieglinde Fürst)

Dieser Artikel ist ein Versuch in verschiedensten Bereichen des Mathematikunterrichts den sinnvollen didaktischen Einsatz des TI-92 in der Unterstufe aufzuzeigen. Es werden verschiedene Zugänge zu einzelnen Themen dargestellt – Experimentieren, Argumentieren, Strukturerkennung, Iteration, Modellbilden, Selbsterkennen von Formen, ...

Der komplette Artikel (Unterstufenskriptum) ist im Anhang beigelegt bzw. kann auf der Homepage unter der Adresse: http://www.acdca.ac.at/t3 eingesehen werden.

5.1.5. Argumentationshilfen für Lehrerinnen und Lehrer, die den TI-92/89 im Unterricht der Unterstufe einsetzen wollen

a) Warum der TI-92 schon in der 3. Klasse

(nach Vorlage von Mag. Sieglinde Fürst)

Ist ein Computeralgebrasystem (CAS) für so junge SchülerInnen **notwendig und sinnvoll**?
Notwendig sicher nicht, sinnvoll? – beurteilen sie selbst!

Für die Einführung des TI bereits in der 3. Klasse spricht:

- Die Zukunft des Mathematikunterrichts wird in Richtung CAS gehen.
- Das Erlernen der neuen Technologie in frühen Jahren führt zu einer Zunahme an technischer Kompetenz. Für Mädchen besonders wichtig!
- Vom Lehrplan her ist in der 3. Klasse Zeit zum Einführen eines TR vorgesehen.
- Der Ankauf eines CAS-Rechners in der dritten Klasse stellt eine einmalige Geldausgabe dar.
- Der emotionale Aspekt: Keine Altersgruppe hatte soviel Freude am Gerät **und** an Mathematikunterricht wie die 3. Klassen. Motivationsschub
- Eingeständiges Arbeiten – Offenes Lernen
- Kommunikation – Soziales Lernen

Vorteile des TI-92 / + Änderungen

- Zukunft des Mathematikunterrichtes (?)
- Erlernen von Computertechniken (Tabellenkalkulation, Programme erstellen.....)
- Zunahme an technischer Kompetenz
- Unterricht wird interessanter
- Verstärkte Motivation zu selbständigem Wissenserwerb
- Mehr Selbsttätigkeit („Offenes Lernen“)
- Verstärkt handlungsorientierter Unterricht
- Erziehung zum exakten Arbeiten (z.B.: Zeichnen)
- Verstärktes Lesen und Verstehen von Texten
- Verstärktes Begründen und Argumentieren
- Schwerpunkt liegt am Verständnis
- Soziales Lernen („Helfen“)
- Vom Lehrplan Zeit zum Einführen eines TR
- Einmalige Geldausgabe
- Alle haben auch zu Hause einen“PC“
- Erfahrungen aus dem Unterrichtsprojekt liegen vor
- Umstellen auf neue Lernformen (z.B.: Fehler selbst suchen und korrigieren)

Nachteile / - Änderungen

- Teures Gerät - In der 3. Klasse nicht so notwendig.
- Unterricht wird einerseits leichter (Proben und Überprüfungen können mit dem TI-rechner durchgeführt werden)
- andererseits schwerer (Modelbilden, Experimentieren, Argumentieren)
- Rechenfertigkeiten nehmen ab wenn der Lehrer nicht auf die händischen Rechenkompetenzen Wert legt.
- Schere zwischen Buben und Mädchen nimmt im Teilbereichen zu (z.B.: Programmieren). Die Schere zwischen technisch Interessierten und weniger Interessierten wird größer
- Weniger Zeit zum Üben von reinen Rechenfertikeiten.
- Weniger Kontrollmöglichkeit für den Lehrer (Ausdruckmöglichkeit der TI-Files nur schwer möglich)
- Kein Lehrbuch, das das Warbeiten mit dem TI-92 unterstützt
- Umstellen auf neue Lernformen (z.B. ich soll Fehler allein suchen und korrigieren)

Weitere Ergebnisse aus dem Projekt

- TI kann fast jede Stunde eingesetzt werden
- Unterricht macht SchülerInnen und Lehrerinnen trotz Mehrarbeit mehr Freude
- Schularbeiten und Notengebung ohne Probleme
- Fragestellungen haben sich geändert
- Unterrichtsformen haben sich geändert (Mehr schülerzentriert, weniger Frontal-
- unterricht)

Grundregeln für den Lehrer

- Vermeidung von neuem Inhalt **und** neuem Handling
- Doppelgleisiges arbeiten und beurteilen
- TI ist Hilfsmittel für Mathematik – nicht Selbstzweck
- Auf maßvolle Dokumentation ist zu achten

b) Aus dem Jahresbericht des BG/BRG Krems, Piaristengasse von Mag. Sieglinde Fürst

Der Mathematikunterricht im Wandel der Zeiten - Unterrichtsprojekt mit dem Algebrarechner TI-92 in den dritten RG - Klassen ab dem kommenden Schuljahr

1. Die Entwicklung der Mathematikkenntnisse

Mathematik hat von jeher eine wichtige Rolle im Leben der Menschen gespielt und ist so alt wie die Kulturgeschichte der Menschheit. Mit der Entwicklung von Zahlwörtern und Zahlensystemen bei den unterschiedlichsten Völkern begannen die Menschen auch zu rechnen. Heute durchdringt Mathematik nahezu alle Gebiete des Lebens. Mathematische Kenntnisse sind daher von solcher Wichtigkeit, daß in allen Schulen der ganzen Welt praktisch in jeder Schulstufe Mathematik unterrichtet und in fast keiner Schultype oder Klassenstufe "abgewählt" werden kann.
Als Erfinder der wissenschaftlichen Mathematik gelten die Griechen (z. B: ***Euklid***sche Geometrie). Sie erkannten die Beweisbarkeit von allgemeingültigen Aussagen. Dieses Wissen der Griechen und Römer ging in Europa großteils verloren und kam erst allmählich mit den Arabern wieder zurück, mit denen gleichzeitig indische und arabische Rechenkunst (Ziffernschreibweise) ins Abendland gelangten. Das Mittelalter brachte der Mathematik keine große Weiterentwicklung, diese setzte erst mit der Erfindung der Buchdruckerkunst ein.

Archimedes (Marmorrelief; Rom, Kapitolinisches Museum)

Archimedes: Syrakus um 285 v.Chr., † ebd. 212, bedeutendster griech. Mathematiker und Physiker der Antike. Berechnete krummlinig begrenzte Flächen, das Volumen von Rotationskörpern, gab einen Näherungswert für die Zahl π an; entdeckte das Hebelgesetz und das Archimedische Prinzip.

Die Grundlagen der neuen abendländischen Mathematik entstanden im 17. Jahrhundert. Für die berühmten Mathematiker der damaligen Zeit erwuchs die Beschäftigung mit der Mathematik aus der Notwendigkeit, physikalische Probleme zu erklären.

René Descartes

Descartes: La Haye-Descartes (Touraine) 31.3. 1596, † Stockholm 11. 2. 1650, frz. Philosoph, Mathematiker und Naturwissenschaftler.
In der Physik formulierte Descartes einen der ersten Erhaltungssätze der Physik überhaupt, in der Optik ist er u.a. Mitentdecker des Brechungsgesetzes. In der Mathematik schafft er die Grundlagen der analyt. Geometrie und liefert einen Beitrag zur Theorie der Gleichungen.

Alle Mathematiker waren auch berühmte Physiker (und Philosophen), wie *Kepler, Newton, Bernoulli, Huygens, Pascal, Laplace, Descartes, d´Alembert, Euler usw.* (Den Schülern und Schülerinnen werden diese Namen aus dem Physik- **und** Mathematikunterricht bekannt sein.)
Viele waren Autodidakten (z.B. *Leibniz*), weil die „moderne“ Mathematik an den Universitäten kaum gelehrt wurde. So manche „Veröffentlichung“ erfolgte eher als Brief an eingeweihte Mathematiker, denn die Wissenschaftler mußten Repressalien von seiten der Kirche und des Staates fürchten, wenn ihre Erkenntnisse von den gängigen Dogmen z.B. vom geozentrischen Weltbild abwichen. So hielt etwa *Descartes* seinen Wohnsitz geheim, ließ Briefe nur mit persönlichem Boten zustellen, weil er Bespitzelungen fürchtete und flüchtete geradezu ins tolerantere Holland und Schweden, um dort zu arbeiten.

Folgende berühmte Mathematiker der Neuzeit, deren Leistungen Schüler im Unterricht kennnenlernen, seien ohne Anspruch auf Vollständigkeit genannt:

15. Jh.:
Johannes Müller (Regiomontanus):
Erste europäische **Trigonometrie** unabhängig von der Astronomie

16. Jh.:
Michael Stifel: Erste **Logarithmentafel** in zwei Zeilen aus je 10 Zahlen
Franciscus Vieta: Begründer der modernen **Algebra**

17. Jhdt.:
Rene Descartes: Begründer der **analytischen Geometrie**
Jakob Bernoulli: Beginn der **Wahrscheinlichkeitsrechnung**
Pierre de Fermat: Moderne **Zahlentheorie**

18. Jhdt.:
Gottfried Leibniz: Begründer der **Differentialrechnung**
Isaac Newton: Begründer der **Differentialrechnung**, **Iterationsverfahren**
Leonhard Euler: Erklärt den **Funktionsbegriff,** Einführung der Zahl **e** und der imaginären Einheit $\mathbf{i^2 = -1}$
Brook Taylor: Entwicklung von **Taylorpolynomen** bzw. Taylorreihen zur Annäherung von "schwierigen" Funktionen

19. Jhdt.:
Pierre Laplace: Überblick über die **Wahrscheinlichkeitsrechnung**
Louis Cauchy: Definition der Begriffe **Grenzwert, Stetigkeit** und **Integral**
Carl Friedrich Gauß: Algorithmus zur **Lösung von Gleichungssystemen**, Einführung der Zahlenebene für **komplexe Zahlen**, Fundamentalsatz der Algebra über die **Lösbarkeit von Gleichungen**
George Boole: Begründer der **Schaltalgebra** und formalen **Logik**

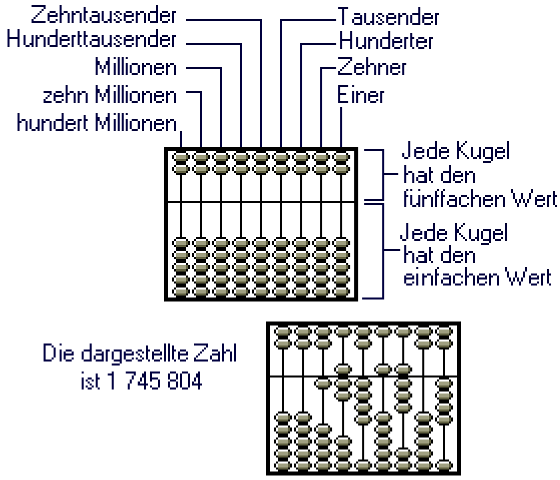
20. Jhdt.:
Richard Dedekind: Begründer des heutigen **Funktionsbegriff**s
Georg Cantor: Begründer der **Mengenlehre**
L.v. Kantorowitz: Begründer der **Linearen Optimierung**
Benoit Mandelbrot: Mitbegründer der **fraktalen Geometrie**
Netzplantechnik und Graphentheorie entwickeln sich in den 50er Jahren vor allem aus Erkenntnissen der NASA bei der Weltraumforschung

2. Die Entwicklung des Mathematikunterrichts

In den Klosterschulen des frühen Mittelalters wurde wenig Mathematik gelehrt, und es dauerte bis ins 19.Jahrhundert, bis die Mathematik als höhere Bildung in den Universitäten Einzug hielt.

Die Mathematik des Mittelalters bestand aus den vier Grundrechnungsarten, dem Zählen, Verdoppeln und Halbieren.(Letztere drei werden als eigene Fertigkeiten genannt.)

Im 8. Jh. beschrieb der schottische Mönch ***Beda*** ein Zählsystem durch Fingerbeugung
(z.B.: kleiner Finger der rechten Hand gebeugt = 100). Das Kopfrechnen mit Hilfe der Finger stand bis in das 16. Jh. im Gebrauch und war notwendig, weil Schreiben und Lesen oft nicht gekonnt wurden. Als weiteres Rechenhilfs-mittel, das auch für Analphabeten geeignet war, fanden sich Rechenbretter (Abakus) und das Rechnen auf Linien (= Rechnen auf einem besonderen Rechenbrett).



Chinesischer Abakus: Zahlen werden dargestellt, indem die Kugeln zum Querstab hin verschoben werden

Im 15. Jh. kam es zur Gründung von kaufmännischen Rechenschulen in den Handelsstädten Hamburg, Nürnberg, Florenz und vermutlich auch in Wien. Die Kirche stand diesen Schulen anfangs ablehnend gegenüber, bedrohte sie sogar mit dem Kirchenbann, denn in diesen Schulen erfolgte der Unterricht nicht in lateinischer Sprache. Erst allmählich fand das Rechnen mit Ziffern in den Klosterschulen Eingang. Geometrie, kaufmännisches Rechnen und Anfänge des "Buchstabenrechnens" wurden gelehrt. Über die Hälfte der Rechenbücher waren in lateinischer Sprache abgefaßt.

Im 17. Jh. setzte sich die deutsche Sprache beim Abfassen von Mathematikbüchern und wissenschaftlichen Veröffentlichungen durch. In den Schulen kamen Flächen- und Körperberechnungen sowie Anfänge der Algebra hinzu. Die Schüler mußten viele Rechenregeln und handwerksmäßige Kunstgriffe lernen. Das Rechnen war stark mechanisiert, auf Verständnis oder exakte mathematische Beweisführung wurde nicht Wert gelegt.

Mit der Einführung der allgemeinen Schulpflicht und einer Schulreform unter Kaiserin Maria Theresia wurden breitere Bevölkerungsschichten mit den grundlegenden Mathematik-kenntnissen vertraut. In den theologisch geführten Gymnasien spielten Mathematik und Mathematiklehrer verglichen mit den tragenden Fächern Latein und Griechisch aber eine sehr untergeordnete Rolle.

In den höheren Schulen und Gymnasien des 19. Jahrhunderts wurde viel Rechenfertigkeit, aber auch exaktes Beweisen von Lehrsätzen verlangt. Die Geometrie nahm breiten Raum ein. Zum Lehrstoff gehörten (ohne Anspruch auf Vollständigkeit): Berechnung von Flächen und Körpern, ebene und sphärische Trigonometrie, Logarithmen, analytische Geometrie, Lösen von komplizierten Gleichungen, Grundbegriffe der Kombinatorik und Wahrscheinlich-keitsrechnung, Folgen und Reihen, Grenzwerte und Stetigkeit, relativ einfache Funktionen und der Begriff des Differentialquotienten. Auf Anwendungen in der Physik wurde immer hingewiesen.

3. Der Mathematikunterricht im 20. Jahrhundert

In unserem Jahrhundert kam es zur Einführung von Integralrechnung, komplexen Zahlen, Funktionenlehre, einfachen Differentialgleichungen, Statistik und Wahrscheinlichkeits-rechnung, Mengenlehre, Vektorrechnung, Aussagenlogik*, Boolscher Algebra*, Schaltalgebra*, Matrizenrechnung*, Linearer Optimierung*, Netzplantechnik*, Graphentheorie und Systemanalyse* in den Lehrplänen der Realgymnasien und Gymnasien.

Schon aus der gewaltigen Zunahme an Lerninhalten wird klar, daß sich in unserem Jahrhundert und hier wieder in den letzten Jahren die Art und Weise, wie Mathematik vermittelt wird, stark geändert hat. Noch bis in die 60er Jahre blieb der Lehrplan ziemlich unverändert.

1967 erschien ein neuer Lehrplan, der viele Änderungen brachte. „ Neue Mathematik“ wurde zu einem Schlagwort. Neu waren nicht nur Inhalte, sondern auch Methoden.

* Lehrplan am Realgymnasium

Ältere Kollegen und Eltern waren mit dem Einzug der Mengenlehre gleichermaßen verunsichert. Ich erinnere mich an mein erstes Unterrichtsjahr, wo eine ältere Kollegin mir ihre dritte Klasse für drei Wochen überließ und mir den Auftrag erteilte, Mengenlehre zu unterrichten. Daß dieses isolierte Betrachten eines Kapitels, das Unterrichten von Mengenlehre als Selbstzweck, nicht gut gehen konnte, ist mir erst später klar geworden. In den neuen Lehrplänen wird man daher heute die einst so unbedingt notwendige Mengenlehre vergeblich suchen. Die Mengenlehre hat ihren Schrecken verloren, sie wurde auf das reduziert, was sie ist: ein manchmal recht brauchbares Hilfsmittel zur Vereinfachung von mathematischen Inhalten (Boolsche Algebra, Gruppentheorie, Wahrscheinlichkeitsrechnung).

Ebenso wie die Mengenlehre wurden auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Statistik als neue Lerninhalte der 60er Jahre zum Alptraum für Schüler und die oft überforderten Lehrer, die in Seminaren und Kursen in die für sie neue Materie eingeschult werden mußten und dieses Kapitel oft aus „ Zeitmangel“ ausließen. Dabei ist gerade die Statistik wie kaum ein anderes Kapitel geeignet, lebensnahen und fächerübergreifenden Unterricht zu gestalten.
Bis dahin als unverzichtbar angesehene Lerninhalte verschwanden (z.B. gedrehte Kegelschnitte, Rentenrechnung, geometrische Reihen, zusammengesetzte Schlußrechnungen) oder werden deutlich gekürzt (endloses Rechnen mit schwierigsten Bruchtermen, komplizierte Textaufgaben).
Der Unterricht in Mathematik war allerdings völlig geändert, als nach der Verwendung von Logarithmenbüchern und Tabellen sowie des Rechenstabes in den 70er Jahren der Taschenrechner in der Schule Einzug hielt. Auf Rechenfertigkeit wird in den letzten Jahrzehnten immer weniger Wert gelegt. Das Abschätzen von Ergebnissen und näherungsweises Lösen von Aufgaben wird wichtiger. Die Lösungsstrategie gewinnt mehr Bedeutung als die Lösung an sich. Leichter ist v.a. für schwächere Schüler, die früher zu einem „ Paradebeispiel“ in mühevoller „Handarbeit“ ein Dutzend ähnlicher Aufgaben lösen konnten, die Mathematik nicht geworden.

4. Der Mathematikunterricht im Umbruch

4.1. Ziele im Unterricht

Im 19. Jahrhundert kommt es zur Trennung der „Angewandten“ von der „Reinen“ Mathematik. Der scheinbare Gegensatz von Anwendungsbeispielen (oft an den Haaren herbeigezogene „Anwendungen“ von Schiffen und Leuchttürmen, Trichtern und Bojen sind jedem Maturanten bekannt) und trockenen Beweisen ist auch noch heute im Unterricht spürbar. Aber Angewandte und Reine Mathematik kann man schon längst nicht mehr trennen.

Manchmal bringt zuerst die Theorie neue Erkenntnisse, deren Anwendbarkeit sich erst später zeigt. Als Beispiel seien hier die von *Josef Radon* 1917 in Wien veröffentlichen Grundlagen zur Lösung riesiger Gleichungssysteme genannt. Damals hätte man gewußt, **wie** man solche Systeme löst, aber der Rechenaufwand war nicht zu tätigen, und wozu Gleichungssysteme mit 1 000 oder mehr Unbekannten brauchbar sein sollten, war nicht klar. Erst mit der Entwicklung leistungsstarker Rechner war es möglich, solche riesigen Gleichungssysteme zu lösen, und damit war die mathematische Grundlage der Computertomographie geschaffen. Denn die „Bilder“, die ein Computertomograph bietet, sind keine Bilder im physikalischen Sinn, sondern in Graustufen dargestellte, errechnete Lösungen von riesigen Gleichungssystemen, deren Unbekannte von Gewebestrukturen verschluckte Röntgenstrahlenintensitäten sind.
Des öfteren verlangt wohl die Anwendung neue mathematische Verfahren. Die Kosten- und Preistheorie entstand aus wirtschaftlicher Notwendigkeit, die Graphentheorie entwickelte sich für die Weltraumfahrt, Bezierkurven entstanden im Karosseriebau der Autoindustrie usw. Auch Kapitel aus der Reinen Mathematik wie Integral- oder Differentialrechnung sind letztendlich aus der Anwendung entstanden. Wie sollten die Physiker sonst Arbeit oder Geschwindigkeiten ausrechnen?
Der „neue“ österreichische Lehrplan (der nächste „neue“ Lehrplan ist bereits in Arbeit) in Mathematik nennt u.a. *Anwenden* als ein Unterrichtsziel. Der Schüler soll die Möglichkeit haben, schöpferisch tätig zu sein, das kritisches Denken, Argumentieren und Interpretieren lernen und die praktische Nutzbarkeit von Mathematik erfahren. Mathematisches Wissen und Können bleibt selbstverständlich ein fundamentales Ziel.
Aus reiner Anwendung heraus werden diese Fähigkeiten nicht schulbar sein. Theorie wird notwendig sein, um Allgemeingültiges, mathematische Idealisierungen und exakte Beweis-führung von den oft notwendigen Vereinfachungen und Näherungen der Anwendung zu trennen.
Eine wichtige Aufgabe des Unterrichts im Hinblick auf Angewandte Mathematik wird meines Erachten darin bestehen, aus „Texten“ (besser aus Problemstellungen der Wirklichkeit) mathematische Sachverhalte „herauszufiltern“, Modelle zur Lösung des Problems zu entwickeln und diese letztendlich auf ihre Tauglichkeit zu durchleuchten. Der Möglichkeit, unterschiedliche Rechenverfahren bzw. Software einzusetzen, um zum Ziel zu kommen, wird genügend Raum zu geben sein.

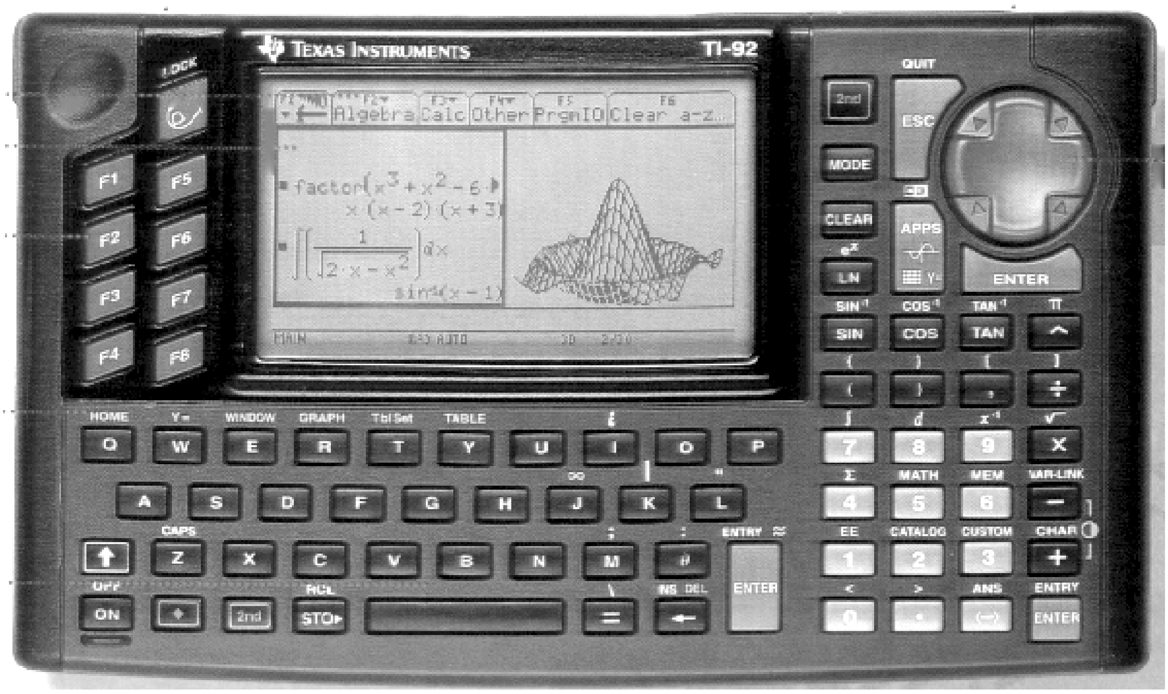
Ein Beispiel aus der Praxis möge dies zeigen: Eine Holzverarbeitungsfirma schneidet unterschiedlich bemaßte Bretter aus Baumstämmen und lagert sie bis zum Verkauf. Die betroffene Firma wandte sich an die Universität Klagenfurt, um zu errechnen:
(1) Wie muß man zuschneiden, um wenig Abfall zu haben (Extremwertaufgabe?),
(2) es sollen möglichst viele Bretter entstehen, die sich gut verkaufen lassen (Preis-Nachfrage- Problem?), aber
(3) die Lagerhaltungskosten sollen minimal sein (Optimierungsproblem?).

Zur Lösung dieser Aufgabe mußten nicht nur neue mathematische Modelle entwickelt, sondern leider auch eine neue Software programmiert werden, weil die bestehende untauglich war. Ohne Computereinsatz gäbe es keine Lösung.
Da Mathematik in viele Bereiche des Lebens eingreift, wird fachübergreifender Unterricht bzw. ein gutes Allgemeinwissen ein Gebot der Zukunft sein. Es sei mir - als leidenschaftliche Anhängerin einer umfassenden Allgemeinbildung - erlaubt, die Bedeutung der AHS doppelt zu unterstreichen. Keine einseitig gebildeten Techniker werden Probleme der Zukunft lösen können. Nur Kompetenz auf vielen Gebieten wird der Jugend im nächsten Jahrtausend Arbeitsplätze sichern.

4.2. Der Computer im Mathematikunterricht
Der Computer mit seinen Möglichkeiten an Rechenschnelligkeit und Genauigkeit sowie graphischer Darstellung wird sicher den Mathematikunterricht des nächsten Jahrhunderts total verändern. Die Lehrbücher der 80er Jahre trugen dem insofern Rechnung, daß ein starker Zusammenhang zwischen Mathematik und Informatik hergestellt wurde. Ab der 5. Klasse wurden die Schüler immer wieder aufgefordert, Beispiele dadurch zu lösen, daß sie ein kleines Computerprogramm erstellten. Flußdiagramme und Strukturdiagramme fanden sich sehr zum Leidwesen der Mathematiklehrer, die keine Informatikkenntnisse hatten, in den Lehrbüchern. Fast jeder Mathematiker sah sich gezwungen, wenigstens die Grundregeln des Programmierens zu erlernen. Mühsam haben wir Programme erstellt, die darin gipfelten, ein Ei, das ein Kreis sein sollte, zu zeichnen. Gott sei Dank vollzog sich die Softwareentwicklung in einem so atemberaubenden Tempo, daß Programmieren immer mehr zu einem Vorgang für einige wenige Eingeweihte wird und das Hauptgewicht auf der Anwendung erstklassiger fertiger Mathematikprogramme liegt.
Die Hinwendung zur Anwendbarkeit der Mathematik wird vermehrt Rechenverfahren in den Unterricht bringen, die ohne Computer undurchführbar sind. Als ein Beispiel sei das Kapitel
„Vernetzte Systeme“ aus dem Lehrplan der 7. Klasse Realgymnasium genannt: Unterschiedliche Modelle zur Populationsentwicklung z.B. der Einfluß der Umweltbelastung auf das Bevölkerungswachstum können am Bildschirm schnell sichtbar gemacht werden. Näherungsverfahren, Matrizenrechnung, Lösen von größeren Gleichungssystemen sind ebenfalls Beispiele, die Computereinsatz notwendig machen.
Eine große Hilfe für den Unterricht ist die Computergraphik. „Auf Knopfdruck“ kann jede Menge Kurven mit der gewünschten Skala dargestellt werden. Das Zeichnen von Graphen war bis jetzt eine zwar notwendige aber mühevolle Sache. Die Struktur von Funktionstermen, die Auswirkung von Veränderungen in den Koeffizienten auf den Kurvenverlauf läßt sich mittels Computer viel schneller erkennen.
Letztendlich ist ein Computer auch ein Rechner, der von langen Rechnungen entlastet und Zeit läßt für das Diskutieren von Ergebnissen und Lösungswegen, der aber auch erlaubt, reine Strukturmathematik zu betreiben.
Die am BG/BRG Piaristengasse bis jetzt am Computer eingesetzten Mathematikprogramme waren v.a. DERIVE und CABRI.
DERIVE ist ein Programm mit großen symbolischen, numerischen und graphischen Fähigkeiten. Es ist weltweit im Einsatz, hat in den letzten 10 Jahren die Arbeit von Wissenschaftlern und Ingenieuren erleichtert und hat nun auch in den Schulen Einzug gehalten. Über Derive gibt es viele Veröffentlichungen in englischer, aber auch in asiatischen Sprachen. In Europa ist neben Spanien Österreich ein Zentrum für den Schuleinsatz des Programms. Die Einsatzmöglichkeiten des Programms in der Oberstufe sind so vielfältig, daß nur einiges erwähnt werden soll: Graphische Darstellungen, Schaltalgebra, Einstieg in die Chaosmathematik, Splines, Approximationen (Taylorreihen), Analytik usw. Für die Unterstufe sind die graphischen Anwendungen (Funktionsgraphen), Lösen von Gleichungen, Termumformungen, etc. mögliche Einsatzgebiete.
CABRI ist ein Konstruktionsprogramm, das außer in Mathematik auch im Unterrichtsfach Geometrisch Zeichnen Verwendung findet. Prof. Müller ist seit Jahren Fachmann für dieses Programm und hat schon viele Lehrer in der Anwendung von CABRI eingeschult. CABRI bietet durch seine einfache Handhabung auch viele Einsatzmöglichkeiten für die Unterstufe (Dreieckskonstruktionen, Ortslinien usw.).

4.3. Der Symbolrechner TI - 92

Der TI - 92 ist ein programmierbarer Taschenrechner, der die Technologien Computeralgebra und Computergeometrie zu Verfügung hat. Er entstand aus einer Kooperation zwischen dem Taschenrechnerhersteller Texas Instruments, Soft Warehouse, Inc. (den Entwicklern von DERIVE) und der Universität Joseph Fourier (den Entwicklern von CABRI GEOMETRIE).
Ab dem Schuljahr 1997/98 wird österreichweit ein Unterrichtsprojekt zum Einsatz des TI - 92 im Mathematikunterricht gestartet. Österreich hat damit weltweit eine Vorreiterrolle bezüglich Einführung eines so leistungsstarken Rechners im regulären Mathematikunterricht übernommen. Die Erfahrungen von Lehrern und Schülern mit diesem Gerät sind für Bildungsexperten anderer Länder interessant und werden mit Neugier erwartet.
Schon vor 4 Jahren nahm Prof. Braun mit einer 4. Klasse an einem Forschungsprojekt über den Einsatz des Computers im Mathematikunterricht teil. Allen Kindern wurde damals für zu Hause ein PC zur Verfügung gestellt. Das benutzte Programm war DERIVE. Die damals durchwegs positiven Erfahrungen bewogen die Mathematiklehrer, auch eine Teilnahme am Projekt TI-92 in Erwägung zu ziehen.
Sicher ist der Einsatz eines so leistungsstarken Rechners in der Unterstufe keine Notwendigkeit, ja vielleicht sogar nicht ohne Gefahr, händisches Rechnen zu vernachlässigen. Trotzdem war die große Mehrheit der Eltern der kommenden 3RG - SchülerInnen dafür, mit der im Lehrplan vorgesehenen Einführung eines Taschenrechners gleich den TI-92 zu besorgen und damit am Unterrichtsprojekt teilzunehmen.



Die Vorteile eines Taschenrechners gegenüber einem PC sind klar: Jedes Kind hat in der Schule und zu Hause sein Gerät. Die Schule wird Overheaddisplays ankaufen, sodaß die Lehrer den Bilschirm ihres Rechners für alle SchülerInnen sichtbar machen können. Das wird Erklärungen sehr erleichtern. Die Schüler werden über das Display auch ihre Bildschirme an die Tafel projezieren und somit „an der Tafel vorrechnen“ können. Die Rechner dürfen auch bei Schularbeiten und der Matura eingesetzt werden.
Der TI-92 zeichnet sich dadurch aus, daß rasch zwischen verschiedenen Darstellungsformen
(Tabellen oder Termen einerseits und Graphiken andererseits) gewechselt werden kann. Damit ist ein tieferes Problemverständnis erzielbar.
Der Rechner erzieht zu genauem Arbeiten. Definitionsbereiche müssen beachtet werden, Ergebnisse müssen überlegt, geprüft und diskutiert werden. Durch den Taschenrechnereinsatz können auch zusätzliche Fragen entstehen wie: Warum ist dieses Problem unlösbar?

Ein großes Betätigungsfeld ist das Behandeln von Sonderfällen, denn diese sind es, die dem Mathematiker in der Praxis das Leben schwer machen. Denke ich an meine Schulzeit zurück, so hatte jede Gleichung oder jedes Gleichungssystem „ schöne“ Lösungen. Generationen von Mathematiklehrern erfanden solche Beispiele. Unlösbares kam so gut wie nie vor. Es entspricht der Intention des Mathematiklehrplanes, mehr die Lösbarkeit

oder die verschiedenen Lösungsfälle eines Problems zu bearbeiten, als mechanisch etwas auszurechnen. Diese Arbeit nimmt uns die Maschine ab, das mathematische Umfeld muß der Mensch überlegen. Probleme erkennen und exaktes Denken wird von den Schülern stärker gefordert als früher. Leichter ist die Mathematik durch den Einsatz von Computern nicht geworden!
Selbstverständlich gibt es genug Aufgabenstellungen, für die ein Einsatz des TI-92 nicht sinnvoll erscheint. Ein Rechenhilfsmittel sollte nicht zum Selbstzweck werden oder womöglich noch zur Erschwerung von Rechnungen beitragen.
Die Lehrer der kommenden 3RG -Klassen werden für das TI-92 - Projekt speziell eingeschult. Während des Schuljahres werden die Teilnehmer am Unterrichtsprojekt aus Niederösterreich unter Leitung des zuständigen Fachinspektors Hofrat Dr. Heugl immer wieder zusammentreffen und ihre Arbeit, Erfahrungen und etwaige Probleme besprechen.
Und was sagen die Betroffenen zu diesem Projekt? Alle SchülerInnen waren restlos begeistert, was sicher auch dazu beigetragen hat, Eltern und Lehrer zu überzeugen.
Sofort haben wir uns an die Arbeit gemacht, um wenigstens etwas die Sprache des TI-92 zu erlernen. Als echter Amerikaner „spricht" und „versteht" er nur Englisch, und so wurden einige Mathematikstunden in Englisch gehalten, was zur Freude der SchülerInnen den Mathematiklehrern ebenso schwer fiel wie den Kindern.
Sollte der Rechner, der Gleichungen löst, Terme umformt, Dreiecke konstruiert, Kurvendiskussionen samt Zeichnung und Flächenberechnung mittels Integral in Blitzesschnelle kann, ein Motivationsschub sein, sollte er gar Freude an Mathematik im Besonderen und an der Schule im Allgemeinen vermitteln, so ist er die Geldausgabe (ca. 2 400 Schilling) schon wert.
Trotzdem wird auch weiter die Lehrperson wesentlich für einen gelungenen Unterricht sein. Der amerikanische Psychologe *J.S. Bruner* schreibt, der Lehrer sei „ nicht nur Vermittler, sondern auch Vorbild. Wer in Mathematik nichts Schönes oder Packendes zu sehen vermag, wird kaum imstande sein, andere dafür zu erwärmen, daß sie das Erregende spüren, das in der Sache liegt. Ein Lehrer, der seiner eigenen Intuitivität nicht Ausdruck geben will oder kann, dürfte wenig Erfolg damit haben, bei seinen Schülern Intuition anzuregen."

5. Ist Mathematik Allgemeinbildung?

Wenn man die stürmische Entwicklung der Mathematik und damit verbunden des Mathematikunterrichts betrachtet, erhebt sich die Frage, ob dieses Wissen und Können noch unter den Begriff Allgemeinbildung fällt. Obwohl kaum jemand die Wichtigkeit und Anwendbarkeit von Mathematik bezweifeln wird, werden Stimmen laut, die der heute in den Schulen vermitttelten Mathematik jede Allgemeinbildung absprechen, sie als für das Leben unbrauchbare Fertigkeit abtun. Tatsächlich wird - bei den geringen Preisen der Taschenrechner - sogar auf die 4 Grundrechnungsarten zu verzichten sein. Andere Dinge, wie die Berechnung von Kreditzinsen, sind sowieso so kompliziert, daß oft nicht einmal Bankfachleute genau wissen, nach welchen Kriterien der Computer rechnet.
Mathematik braucht man zwar heute mehr denn je für viele Studienrichtungen, denn selbst Disziplinen, die früher nur mit sogenannten geisteswissenschaftlichen Methoden arbeiteten, haben die Mathematik entdeckt. Volkswirtschaftler beschäftigen sich mit Spieltheorie, Soziologen und Psychologen errechnen Korrelationskoeffizienten und selbst die Pädagogik untermauert ihre Erkenntnisse lieber mit Statistik als pädagogischer Intuition. Aber schließlich könnten diese Fertigkeiten auch die Universitäten vermitteln, was allerdings die universitäre Ausbildung noch weiter verlängern würde. Sinnvoller Umgang und Verstehen von Mathematik erfordert meines Erachtens aber einen langen Lernprozeß, der langsam vom einfachen, konkreten zu immer abstrakterem, analytischem Denken führen muß.
Wenn Europa auch nur annähernd wirtschaftlich mit Amerika und den asiatischen Ländern mithalten will, wird die Zukunft unserer Jugend gerade im technisch - naturwissenschaftlichen Bereich liegen. Es wäre keine kluge Entscheidung, ausgerechnet die wichtigste technische Hilfswissenschaft aus dem Fächerkanon zu streichen oder wenigstens vehement zu kürzen, wie das manchmal gefordert wird.
Mathematik ist als intellektuelle Herausforderung zu verstehen. Durch ihr hohes Anspruchs-niveau entzieht sie sich zwar den heute sehr stark geförderten Ideen eines lustvollen Lernens, bei dem der Lehrer eher Animator als Wissensvermittler ist, wobei jedoch die Schüler bei Projekten im Teamwork soziales Umgehen lernen sollen, und die Lerninhalte von den Schülern ausgewählt und im eigenen Lerntempo erarbeitet werden. Und trotzdem, ein gelöstes Beispiel, ein selbst geführter Beweis oder auch nur das Verstehen einer Herleitung, das Erkennen der Exaktheit, die keinen noch so kleinen Fehler verzeiht, können Freude vermitteln.
Daß Mathematik notgedrungen zur Genauigkeit erzieht, ist hinlänglich bekannt. Mit den ihr eigenen strengen Gesetzmäßigkeiten, den Grundregeln und daraus abgeleiteten Sätzen, den genauen Definitionen, bei denen jedes veränderte Wort eine Sinnänderung bedeutet, ist die Mathematik wie eine Sprache mit einer ihr eigenen Grammatik. Tatsächlich sind die allgemeinbildenden Werte von Latein und Mathematik durchaus ähnlich, und es verwundert nicht, daß manchmal gerade „Realisten" Latein einer lebenden Sprache vorziehen.
Fähigkeiten, die durch Beschäftigung mit Mathematik bzw. Naturwissenschaften erworben werden, sind das Erkennen von Problemen, das Trennen des Wesentlichen vom Unwesentlichen, das klare Formulieren des

Problems und der Versuch, eine Lösungsstrategie zu entwerfen. Diese Fähigkeiten sind auch im Leben von unschätzbarem Wert. Das Hinterfragen, warum etwas so und nicht anders abgelaufen ist, das Analysieren von Geschehnissen, das Bedürfnis, anstehende Probleme nicht vor sich herzuschieben, sondern möglichst gleich und gründlich einer brauchbaren Lösung zuzuführen und dabei auch neue, ungewöhnliche Methoden einzusetzen, sind Fertigkeiten, die nicht nur in der Mathematik, sondern auch im Alltag brauchbar sind.

Literatur- und Quellenangabe:

O. Becker: Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung (Frankfurt 1975)
D. Davidenko: Ich denke, also bin ich - Descartes´ ausschweifendes Leben (Frankfurt 1993)
H. Engelbrecht: Geschichte des Österreichischen Schulwesens Bd 1-5 (Wien 1982-1988)
A. Garcia: Mathematisches Praktikum mit DERIVE (Bonn 1995)J. Humenberger/H. Ch. Reichel: Fundamentale Ideen der Angewandten Mathematik (Mannheim 1995)
G. Kowalewski: Große Mathematiker (Berlin 1938)
M. Kronfellner: Historische Aspekte im Mathematikunterricht (Referat,Wien1997)
B. Kutzler: Symbolrechner TI-92 (Bonn 1996)
W. Lietzmann: Überblick über die Geschichte der Elementarmathematik (Leipzig 1928)
H. Meschkowski: Wandlungen des mathematischen Denkens (München 1985)
R. Müller: Beispiele und Gedanken zum Einsatz des TI-92 (Referat,Wien 1997)
R. Teschner: Ist Mathematik noch zu retten? (Referat, Wien 1997)
F. Schlöglhofer: Einsatzmöglichkeiten des TI-92 (Referat, Wien1997)
F. Villicus: Die Geschichte der Rechenkunst (Wien 1891)
H. Wieleitner: Geschichte der Mathematik (Leipzig 1922)

c) Aus dem Jahresbericht des BG/BRG Krems, Piaristengasse von Mag. Sieglinde Fürst

Unterrichtsprojekt mit dem Algebrarechner TI-92 in den 3 RG - Klassen Ein Bericht aus der Sicht der Lehrerinnen

Im Schuljahr 1997/98 wurde österreichweit ein Unterrichtsprojekt zum Einsatz des TI - 92 im Mathematikunterricht gestartet. Mag. Gertrude Rind, Mag. Karin Kreppenhofer und ich nahmen mit den 3. Klassen des RG an diesem Unterrichtsprojekt teil. Kollegin Kreppenhofer sei hier für ihren selbstlosen Einsatz beim Kauf, der Reparatur, die immer prompt und kostenlos erfolgte, und bei der Lösung diverser technischer Probleme herzlich gedankt. Bei ca. 10% der Taschenrechner traten Probleme auf, wobei sich nicht mit Sicherheit sagen läßt, ob diese durch Fabrikationsfehler verursacht wurden. Die Geräte erwiesen sich trotz Dauereinsatzes in manchen Schülerhänden als erstaunlich robust.

Ich hätte nie gedacht, daß die Einführung eines - zugegeben außergewöhnlich leistungsfähigen - Taschenrechners, den Unterricht so verändern kann. Vieles ist uns im vergangenen Schuljahr einfach „passiert“, war nicht beabsichtigt und nicht vorhersehbar. Ich gestehe, daß ich kein bedingungsloser Verfechter des Einsatzes des TI - 92 war. Zu groß waren meine Bedenken, daß den SchülerInnen elementare Mathematikkenntnisse verloren gehen könnten. Nach dem vergangenen Schuljahr bin ich zu der Überzeugung gelangt, daß die Vorteile im Umgang mit dem Taschenrechner und positiv zu sehende Änderungen im Unterricht etwaige Nachteile bei weitem überwiegen.

Vorteile des TI-92 und positive Änderungen im Unterrichtsgeschehen

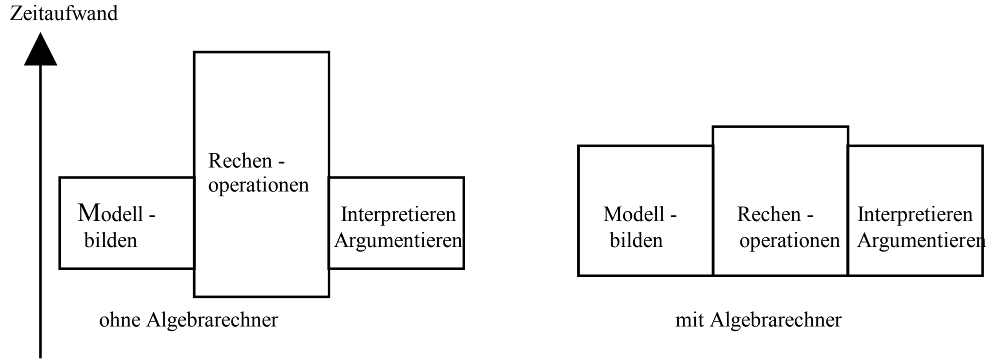
1. Wir können aktiv an der Zukunft des Mathematikunterrichtes mitwirken. Die Ergebnisse und Erkenntnisse des Unterrichtprojektes müssen berücksichtigt werden.

2. Die SchülerInnen erlernen Computertechniken (Tabellenkalkulation, Programme erstellen...), setzen sich selbständig mit dem (dicken) Handbuch auseinander. Eine Zunahme an technischer Kompetenz (SchülerInnen lösen Handlingsprobleme oft wesentlich schneller als die Lehrerinnen) ist beobachtbar. Diesen Umstand des selbstverständlichen Umgehens mit neuen Technologien halte ich vor allem für die Zukunft von Mädchen für äußerst wichtig, da diese leider noch immer eher technisch weniger interessiert und den neuen elektronischen Medien gegenüber skeptisch und distanziert sind und damit ihre beruflichen Zukunftsaussichten verschlechtern.

3. Der TI führt (unbeabsichtigt) zu viel mehr Selbsttätigkeit. Das Rechnen an der Tafel tritt sehr zurück. Die SchülerInnen arbeiten mit Hilfe von Arbeitsblättern und gezielten Fragestellungen. Der TI ist Hilfe beim Finden von neuen Lösungsstrategien und beim Überprüfen der eigenen Rechnungen. Werden Fehler gemacht, ist die Motivation, diese zu finden bzw. sich selbständig Wissen zu erwerben, viel stärker, als wenn man gelangweilt von der Tafel abschreibt, was jemand dort rechnet. Durch diesen verstärkt handlungsorientierten Unterricht wird das Unterrichtsgeschehen für Lehrerinnen und SchülerInnen interessanter.

4. Der Frontalunterricht tritt zugunsten von anderen Unterrichtsformen in den Hintergrund. Auch die Rolle des Lehrers wandelt sich. Er ist nicht immer der Alleinwissende, Handlingsprobleme können oft nur gemeinsam gelöst werden. Lehrer - Schülerkontakte, aber auch die SchülerInnen - Interaktion verstärken sich. Oft wird auch außerhalb der Unterrichtszeit gefragt, diskutiert, nach Lösungen gesucht. In diesem Zusammenhang ist für mich die bedeutendste Erfahrung das soziale Lernen der Kinder.Die Lehrerinnen mußten bei vielen Problemen, lagen sie im mathematischen oder im technischen Bereich, nicht eingreifen, weil die SchülerInnen einander halfen. Ich würde sogar soweit gehen zu behaupten, daß dieses Projekt (in meiner Klasse sind 30 SchülerInnen) ohne die gegenseitige Hilfe (und auch Disziplin!) der SchüleInnen nicht möglich gewesen wäre, weil die Lehrerinnen heillos überfordert wären, wenn sie alle Schwierigkeiten allein zu beheben hätten.

5. Inhaltlich verschiebt sich die Schwerpunktsetzung im Mathematikunterricht.



Schwerpunkt im traditionellen Mathematikunterricht ist das Erlernen von Rechenoperationen. Mit einem algebratauglichen Rechner sind das Modellbilden und das Diskutieren verschiedener Lösungsstrategien wichtiger, Rechenfertgkeit tritt in den Hintergrund.
Im vergangegenen Schuljahr war z.B. ein Schwerpunkt, zur Lösung einer Textaufgabe ein mathematisches Modell zu bilden (direktes oder indirektes Verhältnis oder keines von beiden). Wesentlich war nicht das Ausrechnen, sondern das Erkennen des richtigen Lösungsmodells und seine exakte Begründung.
Die Schwerpunkte liegen im Verständnis von Strukturen und Modellen, Lesen und Verstehen von Texten und verstärktem Begründen und Argumentieren.

6. Der TI erzieht zum exakten Arbeiten. So verzeiht er bei geometrischen Darstellungen kein „Hinschummeln".Terme müssen ebenfalls exakt eingegeben werden, was einen nicht unwesentlichen Schritt zur Erkennung von Termstrukturen darstellt.

.

Nachteile des TI-92

1. Der Unterricht wird schwerer. Schwächere SchülerInnen haben nicht mehr die Möglichkeit, sehr viel - oft ohne Verständnis - einzutrainieren. Es gibt kaum Nachhilfelehrer, die im Umgang mit dem TI - 92 sattelfest sind.

2. Durch das Erlernen des schwierigen Handlings bleibt weniger Zeit zum Üben, das Üben wird verstärkt in den häuslichen Bereich verlagert.

3. Wir vermuten, daß auch die Rechenfertigkeiten abnehmen werden. Aber es wird auch nicht mehr soviel Rechenfertigkeit gefordert werden. Ich bin zu der Erkenntnis gelangt, daß man in Kinder nicht ständig neues Wissen „hineinstopfen" und dabei dem Bildungsideal des vorigen Jahrhunderts anhängen kann. Man muß Altes über Bord werfen, um für Neues Platz zu schaffen. Die Generation, die händisch Wurzelziehen und mit Logarithmentafeln rechnen lernte, ist bereits im Großelternalter. Der jüngeren Erwachsenengeneration ist es selbstverständlich, für alle Grundrechnungsarten den Taschenrechner zu benutzen. Die nächste Generation wird in der Schule nicht mehr oft händisch differenzieren und integrieren und zum Gleichungslösen den Algebrarechner oder Computer benutzen.

4. Ein so teures Gerät ist sicher für den Unterricht in der 3. Klasse noch nicht notwendig. Als LehrerInnen in einer gymnasialen Langform denken wir aber bereits an die Oberstufe. Der mögliche Umstieg in andere höhere Schulen sollte keine Probleme verursachen, zumal immer mehr berufsbildende höhere Schulen, wie HAK und HTL auf den TI - 92 umsteigen und wir bemüht sind, mathematische Grundfertigkeiten zu erhalten.

5. Die Schere zwischen Buben und Mädchen, mathematisch Interessierten und weniger Interessierten, wird mit dem Einsatz des TI - 92 größer. Bei einer Befragung in der 3R2 empfahlen alle Buben, auch in zukünftigen Klassen den TI -92 einzuführen, weil der Unterricht so viel besser sei, während alle Mädchen davon abrieten.

6. Nachteilig ist, daß kein Lehrbuch vorhanden ist und daher das gesamte Unterrichtsmaterial von den Lehrerinnen erstellt und für die SchülerInnen kopiert werden mußte, damit auch für zu Hause Lernunterlagen existieren.

7. Das Umstellen auf neue Lernformen (z.B. ich soll Fehler allein suchen und korrigieren; ich darf Fehler machen, um daraus zu lernen und um Regeln und Formeln selbst zu finden) war nicht für alle SchülerInnen leicht. Zu tief sitzt die Angst, Fehler zu machen, was das kreative Suchen und Probieren einschränkt.

Weitere Ergebnisse aus dem Projekt

1. Zu meiner eigenen Verwunderung wurde der TI fast jede Stunde eingesetzt. Oft waren es die SchülerInnen, die Ideen zum Einsatz des TR hatten.

2. Bei Schularbeiten und Notengebung ergaben sich erstaunlicherweise keine Probleme. Die Fragen wurden gezielter gestellt. Die Fragestellungen haben sich geändert. Es gab genug Möglichkeiten, händisches Rechnen zu verlangen und die Beispiele so zu geben, daß dies aus den Ausführungen ersichtlich war. Die Noten zeigten keinen Unterschied zu früheren Klassen. Die Leistungsergebnisse sind in meiner Klasse besser als in manchen vorhergegangenen 3. Klassen. Es läßt sich aber kein Zusammenhang mit dem TI-92 nachweisen, möglich ist er jedoch.

3. Der Ankauf der Overheaddisplays durch den Elternverein und den gymnasialen Unterstützungsverein erwiesen sich als sehr positiv. Dafür herzlichen Dank! Damit wird es möglich, den TI-92 zur Demonstration auch in anderen Klassen rasch und gezielt einzusetzen. Ich habe den TR auch in Physik in der 6R Klasse benutzt, weil sich damit z.B. schnell alle Schwingungsbilder von zusammengesetzten Schwingungen zeigen lassen. Wir hoffen, daß in Zukunft mehr Lehrer von den Geräten Gebrauch machen!

4. An dem TI -92 Projekt haben sich österreichweit zehn dritte Klassen beteiligt, davon drei Klassen an unserer Schule. Bei einem Treffen der Projektlehrer fiel auf, daß wir alle ähnliche Erfahrungen gemacht hatten. Mit Stolz stellten wir fest, daß die SchülerInnen unserer Schule besonders leistungsmotiviert und mit viel Engagement bei der Sache sind.

Wir freuen uns, daß unsere Arbeit bei Eltern und SchülerInnen weiterhin ankommt, denn die Mehrheit der Eltern der zukünftigen 3R - Klassen haben sich für die neuerliche Einführung des TI-92 im kommenden Schuljahr ausgesprochen

Zusammenfassung

Es wird noch einige Zeit dauern, bis der Einsatz eines algebratauglichen Tachnrechnsers in der Unterstufe von den Lehrerinnen und Lehrern angenommen werden kann. Besonders die Kompetenzen in Bereich der modernen Technologien und die Unterstzützung der Unterrichts durch eine weitere Authorität (Rechner) zeigen jedoch, dass dieser Einsatz in der nahen Zukunft das Geschehen im Mathematikunterricht verändern und auch verbessern kann. Die wenigen Lehrer, die sich bisher über diese didaktische Einsatzmöglichkeit Gedanken gemacht haben, sind von der Bedeutung dieses Hilfmittels für einen effizienteren Mathematikunterricht überzeugt. Wenn speziell die Kostenfrage durch eine Verbilligung des Rechners keine so große Rolle spielt (die Rechner werden mit Sicherheit billiger) wird im Bewußtsein der Lehrerinnen und Lehrer sehr bald diese Möglichkeit mitgedacht werden.

5.2. - 5. KLASSE

Der folgende Artikel faßt sämtliche Aktivitäten, und Ergebnisse der Lehrer der 5. Klassen des CAS Projektes im Schuljahr 1999/2000 zusammen.
Ferner werden auch persönliche Meinungen der Projektteilnehmer, die in den Diskussionsgruppen vorgebracht wurden, dargelegt.

5.2.1. Die Aktivitäten umfaßten folgende Punkte

- Erstellen von Jahresplanungen, sowohl für das Gymnasium als auch für das Realgymnasium
- Austausch von Gedanken, Meinungen und Arbeitsplättern (bei den Seminaren in Hollabrunn bzw Ossiach, sonst über Email)
- Diskussion über einzelne Themenbereiche des M-Unterrichts und den Rechnereinsatz in didaktischer, methodischer und praktischer Hinsicht.
- Besprechung von Schularbeiten und Durchsicht der gegebenen Schularbeiten auf spezifische Beispiele, die ohne CAS nicht gegeben werden konnten, und die nach unserer Meinung die Aufgabenpalette bereichern.
- Ausblick auf die 6. Klasse, wobei auf bereits vorhandene Materialien zurückgegriffen werden kann.

Dabei wurden die folgenden Ergebnisse erzielt

5.2.2. Zu den Themenbereichen der 5. Klasse

a) Vektorrechnung
Der Arbeitsaufwand beim Eintippen ist viel zu groß, daher ist das händische Rechnen bei einfachen Aufgaben besser.
Bei komplexeren Aufgaben lassen sich einfache Module (Programme) einsetzen.
z.B. Winkelsymmetrale als Funktion definieren.
Die Eingabe als Zeilenvektor bringt mehr Übersichtlichkei, als Spaltenvektor wird mehr Platz am Bildschirm benötigt, die Konformität mit den meisten Lehrbüchernbleibt erhalten. Jeder Lehrer soll die Darstellung verwenden, die ihm günstiger erscheint.
Die Einführung der Vektoren über Streckenteilung mit Hilfe kleiner Programm – Module am TI errechnet und grafisch dargestellt (Vektor, Punkt, Strecke als 3 Programme) in Form eines Projekttages- wurde erwähnt.
Das Parametermodell für Parameterdarstellung wäre empfehlenswert ,grafisch darstellen lassen.
Die Cabri- Geometrie als geometrische Veranschaulichung könnte mit verwendet werden.
Gerade die Cabri- Geometrie wird von anderen Teilnehmern als problematisch angesehen, wegen des großen Lernaufwandes. Es wurden teilweise schlechte Erfahrungen gemacht.

b) Gleichungssysteme
Mit simult lösen.

c) Lineare Optimierung nur RG
Wurde von einer Kollegin einmal mit Derive gemacht, sehr aufwendig.
Besser händisch die Geraden zeichnen und den Bereich abstecken.

d) Beziehungsstrukturen
Nicht mit TI

e) Statistik
Teilweise - die Grundbegriffe müssen auch händisch verstanden werden.

f) Funktionen
Generell werden die hervorragenden grafischen Fähigkeiten gelobt.
Von einigen Kollegen werden Methoden und Arbeitsblätter zur Einführung von Funktionen vorgestellt.

5.2.3. Generelle Aussagen

Alternativen: Man sucht nicht mehr unbedingt nach „schönen“ Zahlen für gute Ergebnisse/ man lässt den Rechner rechnen.

Zitat:

Dass der TI beim Untersuchen von Funktionen am wirkungsvollsten eingesetzt werden konnte, ist unumstritten. Ich glaube, dass durch die vielfältigen Darstellungmöglichkeiten die Kreativität und Experimentierfreudigkeit der SchülerInnen gefördert wird. Mathematik wird für jeden einzelnen lebendiger, da die SchülerInnen nicht mehr so stark auf einen Lösugsweg fixiert werden. Besonders gut ist in der Klasse auch das Arbeiten mit dem Data-Matrix-Editor angekommen, während das Erstellen von Scripts den meisten zu theoretisch und "informatisch" war.

In der Anfangsphase der Vektorrechnung finde ich den Modus Parametric äußerst gewinnbringend.

Die SchülerInnen haben am Ende des Schuljahres bemängelt, dass die Beispiele nicht auf den Taschenrechner abgestimmt sind. Ein Lehrbuch, das auf CAS unterstützten Mathematikunterricht ausgerichtet ist, wäre meiner Meinung nach sicher der größte Gewinn.

Vorstellen von Aufgaben zur quadratischen Regression, zum Erstellen von Mengendiagrammen, von Optimierungsaufgaben.

Vorschlag: TI zur rechnerischen Kontrolle (Lösen des Gleichungssystems):

Rechnereinsatz günstig/positiv	Rechnereinsatz eher ungünstig
Grafische Darstellung von Funktionen	Anfangsphase der Vektorrechnung.
Untersuchung von Funktionen	Lineare Otimierung

Bei den Schularbeiten wurde der CAS Rechner teilweise zugelassen, teilweise mußten die SA ohne CAS gerechnet werden.

Generelle Aussagen über Unterschiede in der Leistungsfähigkeit bzw Akzeptanz von CAS zwischen Knaben und Mädchen können nicht gemacht werden.

5.2.4. Ausblick - bei welchen Stoffgebieten kann der Rechner in der 6. Klasse verwendet werden?

Trigonometrie	Vektorrechnung	Folgen, Reihen Grenzwerte Wirtschaftsmathematik	Log x, e^x	Wachstum	Potenzen Wurzeln	Matrizen
Fertige Ausarbeitungen sind vorhanden Siehe Homepage ACDCA Anwendungen in der Physik (Schwingungen) Hier ist der CAS Rechner gut einsetzbar.	Befehle : crossP, unitP Eisler schickt eine Ausarbeitung über die Vektorrechnung (sollte bis Ende Sept fertig sein)	Verwendung des Sequence Modes Seq Befehl Kapital, Zinsen, Renten, Tilgungspläne Eventuell Ansätze der Rentabilitätsrechnung	Begriff des Logarithmus Es wird die Frage gestellt, welche Bedeutung der Log. noch hat. Anwendungen : pH Wert, Lautstärke (Weber Fechner Gesetz) Lösen von Diffglgen (erst in der 8. Klasse, wenn überhaupt)	Lineares Wachstum, Exponentielles Wachstum, beschränktes W., logistisches W. Zumindest die ersten beiden sollten besprochen werden; abhängig von der zur Verfügung stehenden Zeit. CAS gut einsetzbar(sequence mode).	Es gibt ein Skriptum der Projektgruppe Neue Lernkultur über dieses Thema (offenes Lernen). Nicht exzessiv durchführen. Wurzeln können als Exponenten dargestellt werden. Wichtig sind 10er Potenzen und negative Hochzahlen– auch in der Physik.	Befehl rref bzw. simult. Hier kommt der Matrixbefehl vor. Skriptum von j. Böhm über mögliche Anwendungen der Matrizenrechnung in der Mathematik.

5.2.5. Zusammenfassung von Schularbeitsbeispielen

Von den gegebenen Schularbeitsbeispielen wurden die folgenden als „**rechnerspezifisch**“ bewertet.

---

von: Mag. Bierbaumer

1) Gegeben ist die Funktion f: R->R, y= x^3-2x-3.

- Stelle die Funktion graphisch am TI-92 dar und fertige eine Skizze des Funktionsgraphen an!
- Gib die Koordinaten der Minima und Maxima an! (8P)
- Untersuche die Monotonie der Funktion!
- Bestimme die Nullstellen der Funktion!
- Was versteht man unter der Definitionsmenge sowie der Wertemenge einer Funktion?

2) Gegeben sind die beiden Funktionen f: R->R, y= x^2-4 und g: R->R, y= 3x-4.

- Stelle beide Funktionen graphisch am TI-92 dar und fertige eine Skizze der beiden Funktionsgraphen an!
- Ermittle graphisch die Schnittpunkte der beiden Funktionen! (6P)
- Ermittle die Schnittpunkte der beiden Funktionen auch rechnerisch!

3) Löse folgende Ungleichung graphisch: $2x^2 + 5x < -2$, G=R!

- Fertige eine ordentliche Skizze an und gib die Lösungsmenge sowohl im beschreibenden Verfahren als auch in Intervallschreibweise an! (4P)

---

von: Dr. Eisler

4) Für die Einwohnerzahlen von Krems ergaben die entsprechenden Zählungen die folgenden Werte.

Jahr	1750	1820	1860	1880	1900	1920	1940	1960	1980
Einw.	2600	5100	7600	11000	12600	13600	19300	21000	24000

Trage die Werte in den Data-Matrix-Editor ein.
Wie erhält man die mitgelieferte Grafik? Trage in der Grafik die Einheiten auf den Achsen ein. Wie sehen die WINDOW-Variablen dazu aus?
Ermittle eine geeignete Funktion, die den Verlauf widergibt. Wie lautet deine Funktion? Zeichne sie in die Grafik ein!
Wie viele Einwohner hatte demnach Krems zur Zeit Christi Geburt, wie viele Einwohner wird es im Jahr 2050 haben? Was läßt sich mit daraus aussagen, wo liegen die Grenzen dieser Funktion, was ist problematisch?

5) Bei einem Monopolbetrieb (zB exklusive Autos der Marke Rolls Royce) weiß man aus Erfahrung, daß die Kostenfunktion die Form $K(x) = \frac{x^2}{4} + x + 50$ hat. Die Kapazitätsgrenze der Firma liegt bei 30 Stück pro Jahr. Der Verkaufspreis pro Stück wird mit 10 GE (Geldeinheiten) angegeben. Ab welcher Stückzahl wird mit Gewinn gearbeitet.
Auf welchen Betrag muß der Stückpreis angehoben werden, damit bereits bei 5 produzierten und verkauften Stück ein Gewinn erzielt wird?

von: Mag. Fürst

6. Auf einer schiefen Ebene bewegt sich ein Körper mit der Masse von 1,5 kg unter Einwirkung einer konstanten Kraft gleichmäßig beschleunigt. Er legt in 4 Sekunden den Wegvektor *s* = (9.6 / - 4.0) zurück. Wie viel Meter betrug der zurückgelegte Weg? Welcher Beschleunigungsvektor lässt sich angeben?. Wie groß sind die Beschleunigung in m/s^2 und die wirkende Kraft in N? Durch welchen Vektor lässt sich die wirkende Kraft beschreiben? (Hinweis: $s = {}^{a}/_{2} . t^2$ und $F = m \, . \, a$)

2 Zusatzpunkte: Wie groß ist die Geschwindigkeit nach diesen 4 Sekunden?

7. In 500 m Höhe wird ein Körper horizontal weggeworfen. Seine Abwurfgeschwindigkeit beträgt 20m/s. Stelle für diesen horizontalen Wurf eine Parameterdarstellung auf (g ≈ $10 m/s^2$), zeichne die Kurve am TI (Window-Einstellungen!) und gib an, wann und in welcher horizontalen Entfernung von der Abwurfstelle der Körper am Boden aufschlägt!

6 Punkte

3 Zusatzpunkte: Kannst du eine Gleichung der Bahnkurve in x und y, also ohne Parameter t, angeben?

---

von: Mag. Gerhartl

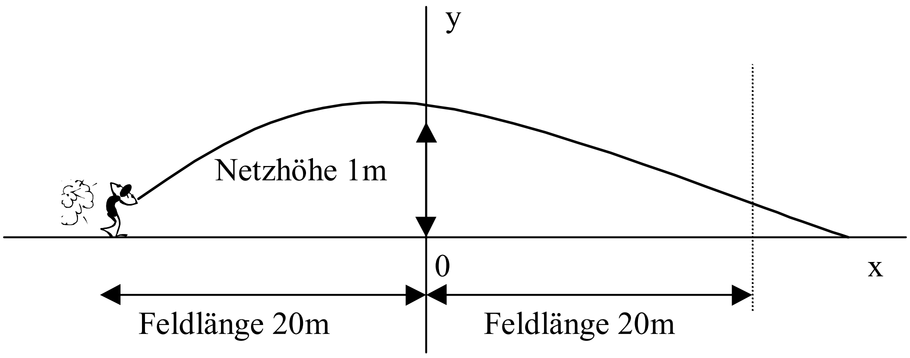
8. Drei der vier Punkte A(-1,1/-0,725), B(-0,7/0,25), C(0,2/1,55), D(1,4/3,65) liegen auf einer Geraden g. Bestimme die Gleichung der Geraden *g* durch diese drei Punkte.
Anleitung: Arbeite mit dem TI-92 und dem Data-Matrix-Editor, um herauszufinden, welcher Punkt nicht auf g liegt. Lösche die Koordinaten dieses Punkts mit $\boxed{\text{F6}}$ - Delete – cell. Lasse dann deinem TI den Term errechnen (*LinReg*).

9.

a) Gib eine umfassende Termdarstellung jener Funktion an, die durch die Gleichung $xy - 3y + 1 = 0$ festgelegt wird ? Welcher Funktionstyp liegt vor ? Bestimme die Asymptoten!

b) Die Flugbahn f eines Tennisballs gehorcht der Gleichung $f(x) = -\frac{1}{400}x^2 - \frac{2}{400}x + \frac{110}{100}$.

Skizze:



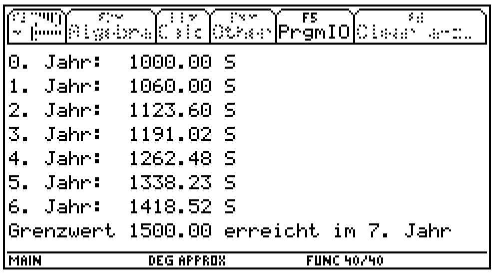
i) Berechne *händisch* den Scheitel der Funktion!
ii) Geht der Ball übers Netz (Das Netz steht bei x=0!) ?
iii) Ist der Ball gut oder out ?

von: Dir. Kerbler

10. Schreibe ein Programm, das nach Eingabe von Werten in die Variablen p und q die Lösungen der quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ berechnet. Das Programm soll die errechneten Lösungen sowie - je nach Lösungsfall - einen der Texte „2 Lösungen“, „Doppellösung“ oder „keine Lösung“ ausgeben. Übertrage die wesentlichsten Programmzeilen ins Heft und teste Dein Programm mit folgenden Gleichungen:

$$x^2 - 5x - 6 = 0 \qquad x^2 + 8x + 16 = 0 \qquad x^2 - x + 5 = 0$$

11. Schreibe ein Programm, das für ein Kapital von 1000 S und einen Zinssatz von 6% den Stand nach 1, 2, 3, ... Jahren etwa in der Form wie in der Abbildung berechnet und ausgibt. Danach wird eine Abbruchbedingung so eingebaut, daß bei einem Wert von 1500 S das Programm beendet wird mit der Angabe jenes Jahres, in dem dies geschieht.
Verändere die Anfangswerte p bzw. xk so, daß einmal der Grenzwert 2000 S, andererseits der Zinssatz 10% beträgt. Welche Ergebnisse liefert Dein Programm jeweils?



---

von: Mag. Kleinschuster

12. Die Flugbahn eines Körpers beim schiefen Wurf wird durch den Graph der Funktion
$f(t) = -5t^2 + 20t + 45$ beschrieben, wobei h die Höhe und t die Zeit bedeuten.

    a. Wann ist der höchste Punkt der Flugbahn erreicht (berechne den Scheitelpunkt händisch) und wann schlägt der Körper am Boden (h=0) wieder auf?
    b. Berechne k für den schiefen Wurf zwischen t = 3 und t = 4.

---

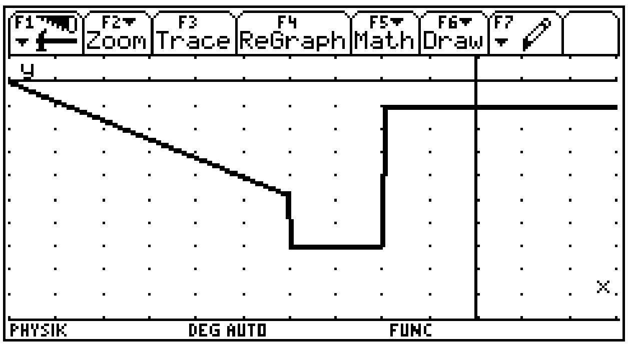
von: Mag. Knor

13. Erstelle mit Hilfe des TI-92 eine grafische Darstellung der nachstehenden Wertetabelle! Achte auf eine sachgerechte Darstellung und begründe diese! Dokumentiere deinen Lösungsweg mit dem Rechner ausführlich und bitte deinen Lehrer, dein Diagramm auszudrucken!

Zeit t	18.00	19.00	20.00	21.00	22.00	23.00	24.00
Anzahl der KFZ	265	348	244	185	116	95	45

14. Lies aus der nebenstehenden Grafik die Funktionsgleichung ab! (xscl = yscl = 1)

    Welche mathematischen Fehler beging der Rechner bei dieser grafischen Darstellung?



von: Mag. Miehl

15. Eine Halle kostet 840.000 S, der steuerliche Wert nimmt jährlich um 12,5% des Anfangswertes ab. Gib in einer Tabelle den Wert der Halle zum Zeitpunkt des Ankaufs und 1, 2, 3, ... Jahre später an!

    Stelle eine Formel für den Wert W(t) nach t Jahren auf! Nach wieviel Jahren ist der Wert der Maschine 0? Stelle W(t) für ganzzahlige t in einem cartesischen Koordinatensystem (mit Farbe) dar !

16. Die Kosten für die Produktion von x Einheiten einer Ware sind annähernd gegeben durch die Kostenfunktion $K(x) = x^3 - 25x^2 + 400x + 1400$ (in 1000 S) für $x \in [0, 25]$.

    a) Ermittle die Kosten für x = 20 Einheiten! Bei welcher Produktionsmenge ergeben sich Kosten in der Höhe von 4572 (in 1000 S). Der Erlös kann mittels der Erlösfunktion $E(x) = 450x - 3x^2$ (in 1000 S) ermittelt werden.
    b) Bei welcher Produktionsmenge x ist der Erlös maximal?
    c) Für welche Produktionsmengen ergibt sich ein Gewinn? Welche Menge x verspricht den maximalen Gewinn?

17. Eine Maschine kostet 96.000 S, der steuerliche Wert nimmt jährlich um 12,5 % des Kaufpreises ab.
    a) Gib in einer Tabelle den Wert der Maschine zum Zeitpunkt des Ankaufs und 1, 2, 3, ... Jahre später an!
    b) Stelle eine Formel für den Wert W(t) nach t Jahren auf!
    c) Nach wieviel Jahren ist der Wert der Maschine 0?
    d) Stelle W(t) für ganzzahlige t in einem cartesischen Koordinatensystem (mit Farbe) dar!

18. Die Kosten für die Produktion von x Einheiten einer Ware sind annähernd gegeben durch die Kostenfunktion $K(x) = 0{,}0008x^3 - 0{,}095x^2 + 5{,}1x + 118$ (in Mill.S) für $x \in [0,100]$.
    a) Ermittle die Kosten für x = 30 Einheiten! Bei welcher Produktionsmenge ergeben sich Kosten in der Höhe von 213 (Mill. S).
    Der Erlös kann mittels der Erlösfunktion $E(x) = 0{,}0029x^3 - 0{,}51x^2 + 22{,}9x$ (Mill. S) ermittelt werden.
    b) Bei welcher Produktionsmenge x ist der Erlös maximal?
    c) Für welche Produktionsmengen ergibt sich ein Gewinn? Welche Menge x verspricht den maximalen Gewinn?

19. Gegeben ist die Zeit-Ort-Funktion $s(t) = \frac{\qquad}{3} - 0{,}08t^2 + 3{,}2.t + 20$ $\quad 0 \le t \le 80$ (t in sec, s in m)

a) Zeichne das Zeit-Ort-Diagramm und beschreibe den Bewegungsvorgang in Worten!

b) Wie weit ist der Körper nach 15 Sekunden vom Ausgangspunkt entfernt und wie groß ist seine Geschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt? Wie groß ist der im gegebenen Zeitintervall zurückgelegte Weg? Wann ist der Körper 50 m vom Ausgangspunkt entfernt?

von: Mag. Rögner

20. In einem Kellerraum (3,9 m × 6,1 m) soll ein Öltank (2,7 m × 4,5 m × 2,1 m) eingebaut werden.
    a) Wie hoch über dem Fußboden des Kellerraums muss die Tür mindestens angebracht werden, damit bei einem Auslaufen des Öls der gesamte (maximal mögliche) Tankinhalt im Kellerraum verbleibt?
    b) Wieviel Liter Öl verbleibt dabei im Tank?
    c) Wieviel Liter Öl kann höchstens ausfließen?

    Die Wandstärke des Tanks braucht nicht berücksichtigt zu werden.

von: Mag. Rumpfhuber

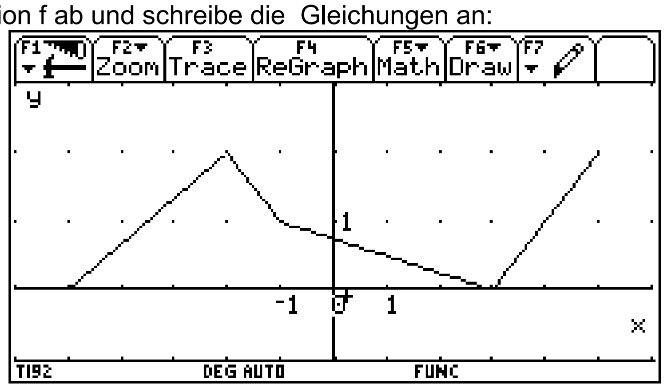
21. Gegeben ist die Funktion $y = 0,25x^4 - 0,25x^3 - 3,5x^2 + 0,5x + 4$
    a) Stelle den „interessanten“ Teil des Grafen der Funktion mit einer geeigneten Window-Einstellung dar (Skizze, Window-Werte).
    b) Bestimme die Definitonsmenge D_f sowie die Wertemenge W_f.
    c) Berechne auf mindestens 2 verschiedene Arten die Nullstellen mit negativem x-Wert.
    d) Gib im Intervall [-4;4] das relative und absolute Maximum an.
    e) Erstelle für das Intervall [1;2] eine Wertetabelle mit geeigneter Schrittweite und bestimme damit den Schnittpunkt mit der X-Achseauf 2 Dezimalen genau.

22. Bei einem Läufer wurde die Laufgeschwindigkeit x und in Abhängigkeit davon die Herzfrequenz y gemessen. Es ergaben sich folgende Messwerte:

Geschwindigkeit x (km/h)	15	17	18,5	20
Herzfrequenz y Schläge/min	138	150	159	168

a) Stelle fest, ob zwischen Geschwindigkeit und Herzfrequenz ein linearer Zusammenhang besteht.
b) Falls ein linearer Zusammenhang besteht, bestimme auf zwei verschiedene Arten eine Funktionsgleichung f.
c) Welche Ruhepulsfrequenz hat dieser Läufer ?

23 a. Lies aus der Grafik die stückweise lineare Funktion f ab und schreibe die Gleichungen an:
Bestimme weiters den Schnittpunkt mit der Y-Achse.



b) Zeichne den Graph der unten definierten Funktion im Intervall [-6;4] und bestimme den Schnittpunkt mit der Y-Achse. Gib die Einstellung für eine mathematisch korrekte Darstellung der Sprungstellen an.

when(x<1,abs(x+3)–2,int(x)+0,5)→y1(x)

von: Mag. Schirmer

Art: Problemlöseschularbeit, mit TI92 und allen Unterlagen
Dauer: 100 Minuten

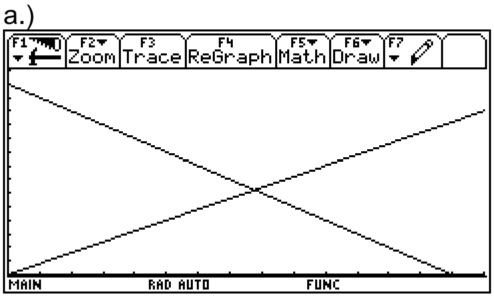
1) Max.mobil (siehe Beilage 1)
Vergleichst du bei den verschiedenen Tarifen die monatliche Grundgebühr mit dem Preis für 1 Minute Gesprächszeit zu österr. Festnetz Mo-Fr/7-20 Uhr, so siehst du, daß bei höherer Grundgebühr der Preis für 1 Minute Gesprächszeit sinkt.
a) Stelle eine Tabelle auf und gib eine lineare Funktion an, die diesen Zusammenhang annähernd wiedergibt.
Gib alle Einstellungen vom TI-92 wieder, die zum Grafikfenster führen, in dem du die Regressionsgerade und die 3 Wertepaare darstellst. (auch Window-Einstellungen)
Zeichne das Grafikfenster in dein Heft!
b) Wenn diese Funktion einen sinnvollen geschäftspraktischen Zusammenhang wiedergibt, welche Kosten/Minute müßte max.mobil seinen Kunden verrechnen, wenn ein Tarif ohne Grundgebühr eingeführt würde.
Interpretiere a und b!

2) Max.mobil bietet verschiedene Handytarife an (siehe Beilage 1). Eine Geschäftsfrau kalkuliert ihre Telefonkosten und sucht die für sie günstigste Variante. Sie weiß, daß sie zu ca. 60 % Festnetze, zu ca.40 % Mobilnetze anruft, wobei die Hälfte davon auf A1, die andere Hälfte auf max.mobil entfällt.
a) Gib eine allgemeine Formel für die Berechnung der monatlichen Handy-Telefonkosten an, wenn mit einer durchschnittlichen täglichen Gesprächszeit von x Minuten Mo-Fr/7-20 Uhr telefoniert wird. Wähle entsprechende Variable für die verschiedenen Gebühren.
b) Anschließend wende diese Formel auf die unterschiedlichen Tarife an.
c) Berechne dann für x=10min die monatlichen Kosten der einzelnen Tarife. Für welchen Tarif würdest du dich entscheiden?
d) Stelle eine obere und eine untere Schranke für die vorraussichtlichen Kosten auf, wenn sich die monatliche Gesprächsdauer im Rahmen von $\pm$ 20% von obigen Angaben bewegt.
e) Bei welcher Gesprächsdauer herrscht Kostengleichheit von jeweils 2 Tarifen? (%-Angaben der Aufteilung auf Telefonate mit Festnetz, A1 und max.mobil wie oben) Welcher Tarif ist unter welchen Bedingungen geeigneter? Diskutiere das Ergebnis!

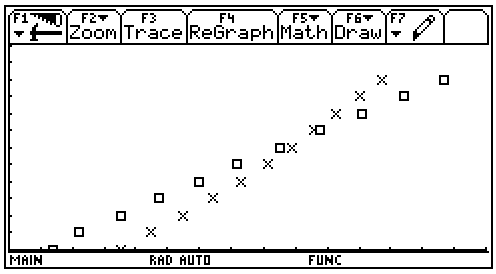
3) Suche dir aus den Wohnungsmarkt-Immobilien-Announcen (siehe Beilage 2) mindestens 8 Angebote (eher mit kleiner Grundfläche) aus und trage die Daten (m² Wohnfläche/ Kaufpreis) in den data-matrix Editor ein.
a) Sortiere die Tabelle nach aufsteigender Wohnfläche. Welche (lineare) Funktion gibt diesen Zusammenhang annähernd wieder? Gib ebenso an, wie du Wertepaare und Funktion im Grafikfenster darstellst! (auch Window-Einstellungen)
b) Wie hoch ist ca. der durchschnittliche Quadratmeterpreis beim Kauf eines Hauses? Welches Angebot findest du besonders günstig? Warum?
Inwiefern kann die Regressionsgerade den wahren Verlauf des Zusammenhanges: Kaufpreis- Wohnfläche nicht wiedergeben? Wie könnte die Funktion wirklichkeitsnäher verlaufen?
c) Schätze ab, welche Wohnungsgröße (von - bis) du am Immobilienmarkt erhalten kannst, wenn du ca. 2 Millionen ATS (Kapital und Kreditmöglichkeiten) zur Verfügung hast?
Wieviel Geld brauchst du mindestens, wenn du ein Haus mit 180m² Wohnfläche kaufen willst? Begründe deine Antwort!

4) Beschreibe verbal folgende grafische Zusammenhänge und erfinde dazu eine passende „Geschichte“; Gib zu deiner „Geschichte“ auch die passenden „window“-Einstellungen an!
Beschrifte die Achsen!

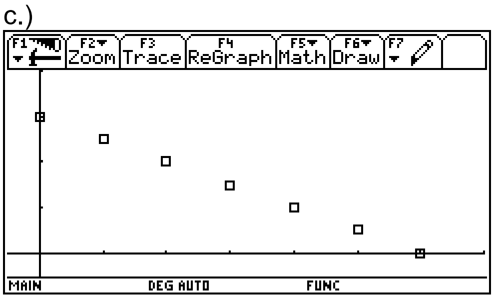
a.)



b.)



c.)



Zusatzbeispiel:
a) Lese die mobilkom Tarife für A1 durch und ordne die verschiedenen Tarife den entsprechenden von max.mobil zu. Vergleiche die beiden Geschäftstarife A1 Business und profi-max. Welche Strategie verfolgen die Unternehmen der Mobiltelefonnetze? Diskutiere deine Entdeckungen!
b) Stelle zu Bsp.4.) passende Fragen und beantworte sie auch!

24. **Back to London** - Make your own city

a.) Errichte über Soho auf dem beigefügten Stadtplan dein Koordinatensystem. Als Zentrum verwende Picadilly Circus, die Einheiten wähle selbst. Gib die Koordinaten folgender U -Bahnstationen an!
Picadilly Circus P: Charing Cross C:
Leicester Square L: Covent Garden G:
Embassy E:

b.) Angenommen es soll ca. in der Mitte der Verbindung Covent Garden und Embassy eine neue Station errichtet werden. Wie kann man die Koordinaten berechnen? Welche Vektoren kannst du den Strassen: Pall Mall, Picadilly, Haymarket und Regent Street zuordnen. Was fällt dir auf ?

c.) Welche Fläche wird näherungsweise durch das Dreieck P-E-G bedeckt. Berechne die Fläche ausschließlich unter Verwendung von Vektoren! Ergänze eine „fiktive“ neue U-Bahnstation (in deinen Einheiten), sodass P, E, G, X ein Parallelogramm bilden (Rechne mit Vektoren!)

d.) Suche 2 verschiedene Wege vom Picadilly Circus zum Trafalgar Square bzw. zur Nelson Column. Begründe vektoriell, welcher Weg der kürzere ist. Beweise, dass beide Vektorverknüpfnung zur selben Resultierenden führen!

e.) Entnimm die tatsächliche Entfernung Picadilly Circus - Covent Garden der ergänzten Kopie. Wie groß ist deine selbst gewählte Einheit tatsächlich? Schätze, wie lange du daher von einer U-Bahnstation zum Whisky Specialist brauchst!

von: Dr. Wurnig

25. Am 3.12.1999 erzielte die Gewerkschaft Öffentlicher Dienst folgenden Abschluss:

Die Gehälter werden ab 1.1.2000 um 1,5%, jedenfalls um S 300,- monatlich erhöht.
Weiters gilt laut Aussendung, dass die niedrigsten Einkommen um 2% erhöht werden.
a) Wie hoch ist danach das niedrigste Einkommen im Jahr 1999 ? (Rechnung)
b) Ab welchem Gehalt ist die Erhöhung monatlich größer als 300 S ? (Rechnung)
c) Berechne die monatliche Erhöhung für folgende Gehälter:
15000 S, 20000 S, 25000 S, 30000 S, 35000 S
d) Zeichne die fünf erhaltenen Zahlenpaare (Gehalt, Erhöhung) im (x, y)- Koordinatensystem ein (x-Achse 5000 S = 1 cm, y-Achse 100 S = 1 cm) und verbinde die Punkte.
Was kannst du aus deiner Zeichnung ablesen ? (Interpretation → Zusatzpunkte!)

5.3. - 6. KLASSE

Mag. Hermine Rögner

Dieser Bericht umfasst alle Aktivitäten und Ergebnisse der Lehrer der 6. Klassen, die am CAS III-Projekt 99/00 teilgenommen haben.

5.3.1. Teilnahme am Projekt:

Österreichweit nahmen an diesem Forschungsprojekt 15 Klassen teil. Davon sind 14 als Forschungsklassen und 1 Klassen im Status assozierter Klassen.

5.3.2. Beschreibung der Aktivitäten:

- Erstellung der Jahresplanung (siehe Anhang)
- Besprechung der bereits vorhandenen Literatur
- Gedanken- und Meinungsaustausch bei den Seminaren in Ossiach und Hollabrunn bzw. per e-Mail
- Einstiegsvarianten zu Folgen
- Besprechung der Schularbeiten und Durchsicht auf spezifische CAS-Beispiele
- Ausblick auf die 7. Klasse.

(a) Vorhandene Literatur:

Programmpaket Vektorrechnung
Funktionen am TI-92, Teil 1 u. 2
Einstieg in die Trigonometrie
Wachstumsprozesse
Unterrichtsmaterialien zu folgenden Kapiteln: Trigonometrie, Wurzeln u. Potenzen, Rechnen mit Vektoren, Folgen – rekursiv, Handzettel z. analyt. Geometrie
Einsatz d. TI-92 bei Exponential- u. Logarithmusfunktionen
Wachstumsmodelle als Baustein f. systemdynam. Modellieren

(b) Gedanken- und Meinungsaustausch:

- Trotz des Einsatzes v. TI-92 existiert nach wie vor das Zeitproblem mit dem Unterrichtsstoff. Zum Teil muss doppelgleisig unterrichtet werden, einerseits die traditionelle Lehrstofferklärung und andererseits die Erklärungen mit dem TI-92.
- Die KollegInnen sind einstimmig der Meinung, dass durch den Einsatz des TI-92 die Leistungsschere zwischen gute und schlechte Schüler größer wird.
- Unterschiedliche Meinungen gibt es bei der Verwendung des Texteditors. Manche KollegInnen teilen aus diesem Grund die Schularbeiten in zwei Teile, nämlich einen Teil mit TI-92 und den zweiten Teil ohne TI-92.
- Durch den Einsatz des TI-92 steigt nach Meinung der KollegInnen die Motivation der Schüler geringfügig.
- Unterschiede in der Leistungsfähigkeit bzw. Akzeptanz von CAS zwischen Burschen und Mädchen könnten nicht festgestellt werden.
- Durch den Einsatz von CAS werden von den Schülern verschiedene Lösungswege gewählt. Vor allem suchen die guten Schüler nach anderen Lösungswegen, d. h. die Kreativität steigt bei den guten Schülern besonders an.
- Beim Einsatz von Internetadressen gibt es noch verschiedene Hürden zu bewältigen: z. B. kein freier EDV-Saal, Netz nicht zum richtigen Zeitpunkt einsatzbereit, mehr Zeit für die Erarbeitung eines Kapitels notwendig, für gute Schüler sind zusätzliche Arbeitsaufträge notwendig.
- Rechnereinsatz ist zu folgenden Kapiteln besonders günstig: Grafische Darstellung von Funktionen, Darstellung von Folgen.
- In der Koordinatengeometrie gibt es unterschiedliche Meinungen: Das Programmpaket von Dr. Himmelbauer wird von einigen KollegInnen als sehr gut empfunden. Manche lehnen es jedoch ab, da den Schülern zu viel an Gedanken- und Rechenarbeit abgenommen wird.

(c) Einstiegsvarianten zu Folgen:

NAME	VORGANGSWEISE	Ergebnisse
Nagl Anton	1. Stunde Zenon und Heron, 2. und 3. Stunde: im Internet die Seite http://www.matheprisma.uni-wuppertal.de/Module/Rekurs/index.htm durcharbeiten 4. Stunde: das beiliegende Arbeitsblatt besprochen und ausgefüllt. Hat sehr gut funktioniert.	Für diesen Einstieg wurde doppelt soviel Zeit benötigt. Es ist empfehlenswert die Seite v. Internet runterzuladen und off-line den Stoff zu erarbeiten. Für die schnellen und guten Schüler gab es noch freiwillige Arbeitsaufträge.
Pachler Gerhard	Einstiegsvariante ist in der angeschlossenen Datei vorhanden.	Es wurde ebenfalls der klassische Einstieg gewählt. Die verschied. Darstellungsmöglichkeiten, wie parametric, sequence und graphisch, wurden genau besprochen. Das Arbeitsblatt mit Zuordnungen fand bei den Schülern großen Anklang.
Miehl Franz	In angeschlossener Datei genau beschrieben.	Darstellungsmöglichkeiten von Folgen auf TI-92 genau besprochen.
Rögner Hermine	Einstieg über Finanzmathematik gewählt. Genaue Dokumentation in angeschlossener Datei.	Für die Schüler war diese Variante sehr interessant, da sie einen unmittelbaren praktischen Bezug hatten. Es wurden aber zu viele Stunden aufgewendet, da zu viel Finanzmathematik besprochen wurde. Die besond. Eindrücke für die Schüler wie bei Zenon und Heron gehen dabei aber verloren.Verbesserungsvorschlag: Projekt mit einer Bank durchführen.
Himmelbauer Thomas	In angeschlossener Datei genau dokumentiert.	
Schwaiger Edeltraud	Genaue Dokumentation für rekursive Folgen und rekursive Modelle in angeschlossener Datei.	Koll. Schwaiger stellte ein Arbeitsblatt zu Folgen zur Verfügung.

(d) Von den Schularbeitsbeispielen wurden folgende als typische CAS-Beispiele herausgefiltert:

Mag. Franz Miehl:

1) Der Pendelkörper eines Federpendels (Eigenfrequenz f_0 = 0,5 Hz) wird aus der Ruhelage 3 cm nach unten ausgelenkt und führt dann eine ungedämpfte harmonische Schwingung aus. Gib die Schwingungsgleichung die Schwingungsdauer und die Elongation nach 0,3 s an und skizziere den Graphen im Intervall [0,4] (1 sec = 2 cm)! Wie lautet die Gleichung für eine gedämpfte Schwingung ($\delta = 1\ s^{-1}$) und wie groß ist die Elongation nach 0,3 s. Ermittle die ersten 5 Amplitudenwerte der gedämpften Schwingung!

2) Die Gußmasse einer Schiffsschraube verläßt die Gießerei mit einer Temperatur von 1000°C und kühlt dann langsam auf die Umgebungstemperatur von 20°C ab. Die Temperatur sinkt täglich um 20 % der Differenz der Körpertemperatur und der Umgebungstemperatur. Welche Temperatur hat das Werkstück nach 1, 2, 3 Tagen? Gib eine Rekursionsformel zur Berechnung der Temperatur an! Ermittle mit dieser Formel die Temperatur des Werkstücks nach 10Tagen. Nach wieviel Tagen hat der Rohling praktisch Umgebungstemperatur (Abweichung weniger als 1°C)?

3) In einer Stadt leben 22.000 Einwohner. Es wird angenommen, daß die Bevölkerung jährlich um 3% abnimmt. Berechne die Einwohnerzahl nach 1, 2, 3 Jahren! Die Einwohnerzahlen bilden eine Folge. Gib eine explizite und eine rekursive Termdarstellung dieser Folge an! Berechne damit die Einwohnerzahl nach 10 Jahren! Nach wieviel Jahren ist mit einem Einwohnerstand von 10.000 zu rechnen?

4) Ein Getränk wird aus dem Kühlschrank genommen. Zu Beginn hat es eine Temperatur von 6°C. Die Umgebung hat eine Temperatur von 20°C. Pro Minute nimmt die Temperatur um 30 % der Differenz zwischen der Umgebungstemperatur und der Flüssigkeitstemperatur zu. Berechne die Flüssigkeitstemperatur nach 1, 2, 3 Minuten und gib eine Rekursionsformel zur Berechnung der Flüssigkeitstemperatur an! Ermittle mit dieser Formel die Flüssigkeitstemperatur nach 10 Minuten. Nach wieviel hat das Getränk praktisch Umgebungstemperatur (Abweichung weniger als 0,1°C)?

5) In einer Spule ist t Sekunden nach dem Schließen des Stromkreises die Stromstärke I(t) gegeben durch

$I(t) = I_0.(1- e^{-kt})$. (t in Sekunden)

- Es sei I_0 = 36,7 A. Berechne k, wenn nach 10^{-2} Sekunden die Stromstärke 16,56 A beträgt!
- Wie groß ist die Stromstärke nach 10^{-1} Sekunden?
- Nach wieviel Sekunden ist die Stromstärke 20 A!

6) Die Abhängigkeit des Durchmessers d (in Meter) einer Fichte von der Zeit t (in Jahren) kann in unseren Breiten näherungsweise durch folgende Beziehung beschrieben werden:

$$d = \frac{1}{1+e^{-0,05\cdot(t-60)}} \quad (t \geq 0)$$

a) Drücke t durch d aus (ohne TR!)!

Zeige mittels Definition, daß d(t) streng monoton wachsend ist!

b) Zeichne die Funktion im Intervall [0,200] !

Mag. Gerhard Pachler:

Berechne den Inkreismittelpunkt, den Flächeninhalt und den Winkel ∠ACB des Dreiecks ABC! A(-3 | -2); B(11 | 4), C(1 | 13)
Schalte den MODE auf APPROXIMATE.

- Das Anfangsgehalt zweier Angestellter A und B beträgt in beiden Fällen ATS 170000,- im Jahr.
- A erhält jährlich eine Gehaltserhöhung von ATS 3434,-
- B erhält jährlich eine Gehaltserhöhung um 2%.

Fragen:

- Gib eine explizite Formel für den Verdienst von A und B im n-ten Jahr an.
- Wer verdient im 2. Dienstjahr mehr und wie hoch ist die Differenz?
- Um wieviel verdient B in den ersten 10 Dienstjahren insgesamt mehr als A?
- Gibt es außer ganz zu Beginn noch einen Zeitpunkt, zu dem A und B genau gleich viel verdienen?
- Wie hoch müsste die jährliche Gehaltserhöhung von A sein, damit im 25. Dienstjahr die Gehälter von A und B gleich hoch sind?

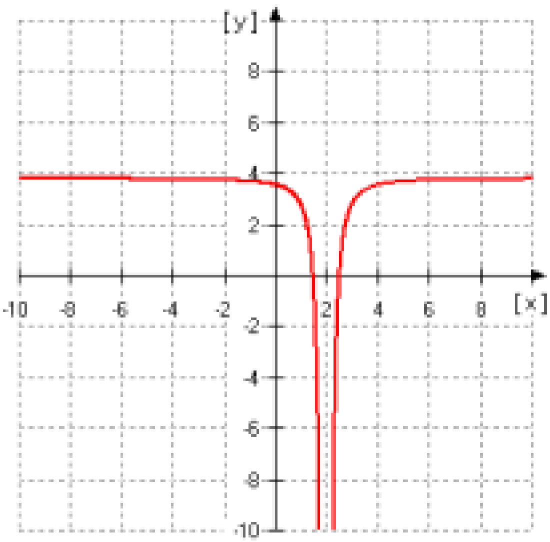
Mag. Anton Nagl:

Gegeben sind drei Punkte pa, pb und pc. Definiere für den TR die Funktion eb3p(pa,pb,pc), mit der man nach Eingabe der drei Punkte sofort die Gleichung der Ebene erhält.

Test: eb3p([–3;–4;2],[2;0;2][4;5;1]) ergibt –4x + 5y + 17z = 26 oder –4x + 5y + 17z – 26 = 0.

Mag. Karl Weinstich:

1) Gib die Funktionsgleichung der dargestellten Funktionen an! Für den Exponenten reicht die Angabe der Zahlenmenge, aus der er stammt. 3 P.



Skizziere die Funktion

$y = -2\left|\sin 2x\right|$ über der Definitionsmenge $D = \left[-\frac{5\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$

und gib folgende Eigenschaften bezüglich der <u>maximalen</u> Definitionsmenge an:
Wertemenge; Nullstellen; Minima, Maxima, Primitive Periode; Symmetrie (gerade/ungerade).

Erkläre, welchen Einfluss der Faktor „**–2**“ auf den Verlauf der Funktion ausübt!

2) Die technisch und wirtschaftlich gewinnbaren Weltvorräte eines Rohstoffs werden auf 13 Millionen Tonnen geschätzt, davon werden heuer voraussichtlich 0,159 Millionen Tonnen verbraucht.

a) Für wie viele Jahre reicht der Vorrat, wenn der Verbrauch exponentiell mit einer jährlichen Zuwachsrate von 3% wächst? 3 P.

b) Wie lange würde der Vorrat reichen, wenn durch neue Erschließung das Fünffache der jetzt bekannten Reserven zur Verfügung stünde. 1 P.

c) Für wie viele Jahre reicht der Vorrat, wenn der Verbrauch jährlich um den konstanten Wert von 0,002 Millionen Tonnen steigt? 3 P.

d) Angenommen, es wäre (durch Recycling etc.) möglich, den Rohstoffverbrauch jährlich um einen konstanten Prozentsatz p des Vorjahresverbrauches zu senken. Wie groß müsste p sein, damit der Vorrat von 13 Millionen Tonnen unendlich lange reicht? 1 P.

e) Stelle sowohl für Aufgabe a) als auch für c) den Zinnvorrat in Abhängigkeit der vergangenen Jahre am TI-92 graphisch dar. Skizziere das Ergebnis im Heft und gib die für die graphische Darstellung am TI-92 nötigen Schritte an. 2 P.

Mag. Wolfgang Raab:

1)

a) Wie lautet der Sinussatz für das Dreieck R, S, T, mit den Seiten r , s , t und den Winkeln ρ, σ, τ ?

b) Die Gleichung sin(1-x) = tan(½ .x) hat unendlich viele Lösungen !

(1) Gib die Lösungen im Intervall [-2π ;2π] an !

(2) Gib eine Darstellung für **<u>alle</u>** Lösungen dieser Gleichung !

2)

Im $\Re^2$ lautet die Formel für den Abstand eines Punktes P von einer Geraden g in mathematischer Formelschreibweise :

$$d = \left|\vec{n}_0.(\vec{p} - \vec{q})\right|$$

a) Schreibe dieselbe Formel in der Schreibweise für den TI-92 !

b) Fertige eine Skizze an, in der alle in der Formel vorkommenden Größen eingezeichnet sind!

c) Begründe , warum diese Formel den Abstand des Punktes P von der Geraden g darstellt!

d) ZUSATZAUFGABE : Warum ist diese Formel für den $\Re^3$ nicht geeignet ?

3) Autohändler A kalkuliert: Der Wert eines Neuwagens verringert sich jährlich um 13% des Zeitwertes (=Wert des Autos am Jahresbeginn). Autohändler B kalkuliert: Der Wert eines Neuwagens verringert sich jährlich um 7% Neuwertes. Entwirf entsprechende rekursive Modelle für den Wert eines Autos, das neu 300000 Schilling kostet.
Stelle die Werte des Autos in einer geeigneten Grafik im Heft dar!

a) Welchem Händler würdest du nach 6 bzw. nach 13 Jahren das Auto verkaufen? Begründe deine Entscheidung.

b) Nach wie vielen Jahren ist der Preisunterschied zwischen Händler A und Händler B minimal? Wie groß ist dieser Unterschied ?

c) Wie nennt man die Modelle nach welchen A bzw. B die Werte verringern?

d) Welchem der beiden Modelle stimmst du eher zu? Begründe deine Antwort!

4) Eine **ansonsten beliebige** geometrische Zahlenfolge hat die Eigenschaft, dass das zehnte Element zehn Mal so groß ist wie das dritte Element. Die Folge soll sowohl rekursiv als auch explizit dargestellt werden.

a) In mathematischer Schreibweise.

b) In Schreibweise für den TI-92.

c) Summiere die Elemente der Folge von $b_{\mathbf{40}}$ bis $b_{\mathbf{55}}$! (Bedenke: $b_{\mathbf{40}}$ und $b_{\mathbf{55}}$ sind in die Summe einzubeziehen
d) Wodurch ist eine geometrische Zahlenfolge charakterisiert?

5) Gegeben ist die Zahlenfolge

$$\left\langle \frac{\sqrt{n^3}-1}{2n\sqrt{n}+1} \right\rangle$$

a) Gib die Folge der ersten 10 Elemente an!

b) Welchem Zahlenwert scheint sich die Folge zu nähern ? Schreibe deine Vermutung an und begründe sie!

c) Ab dem wievielten Element unterscheidet sich der Wert eines Elementes der Folge um weniger als 0,001 vom vermuteten Grenzwert!

6) In einem Fischteich können maximal 5000 Fische leben. Als Anfangsbestand werden 200 Fische ausgesetzt. Die monatliche Wachstumsrate beträgt 40% . Böse Buben bzw. Mädchen stehlen monatlich 40 Fische !

a) Entwickle ein geeignetes Wachstumsmodell ! Gib eine geeignete Schreibweise für den TI-92 an !
b) Übertrage eine entsprechende grafische Darstellung ins Heft!
c) Ab wann leben im Teich 4000 Fische ?
d) Ab wann leben im Teich 4000 Fische , wenn durch eine Umzäunung jeder Diebstahl ausgeschlossen ist ?

Dr. Edeltraud Schwaiger:

1. Beispiel:
Bakterien einer bestimmten Bakterienkultur vermehren sich nach dem Gesetz: $n(t) = n(0) \cdot 1{,}35^{t}$
Wobei die Zeit t in Stunden angegeben wird.

a. Nach 5 Stunden werden 14350 Bakterien gezählt. Wieviele sind zu Beginn vorhanden?
b. Stelle das Gesetz mit der Basis e dar und gib den effektiven und fiktiven Wachstumsfaktor an.
c. Wie groß ist die Verdopplungszeit (rechne ohne Solve-Befehl)
d. Ermittle graphisch wann 20000 Bakterien vorhanden sind, genaue Dokumentation im Heft (Window-angeben)
e. Wie groß müßte der effektive Wachstumsfaktor sein, damit aus 3200 Bakterien nach 3 Stunden 7000 Bakterien würden.

2. Beispiel:
Erste Aktion: Folder Vektor? Home Screen F6, (F1 – 8)
Von einer dreiseitigen Pyramide kennt man die Grundfläche ABC [A(-2/-6/3), B(5/6/1), C(8/2/-1)] und die Spitze S(4/9/12)

a. Ermittle die Gleichung der Ebene in der die Grundfläche liegt und kontrolliere, ob der Punkt G(4/-5/3) in der Ebene liegt.
b. Berechne die Höhe der Pyramide
c. Berechne das Volumen der Pyramide
d. Welchen Winkel schließt die Kante AS mit der Grundfläche ein.
e. Welchen Winkel schließt die Grundfläche mit der Ebene durch ACS ein?
f. Spiegle die Spitze S an der Grundfläche und gib die Koordinaten des Spiegelpunktes an
g. Warum gilt allgemein für 2 Vektoren a und b (im Raum): a. (a x b) = 0

3. Beispiel:
Gegeben sind die Folgen

$$a_n = \frac{2+3n}{6n} \qquad\qquad b_n = 1500 \cdot 1{,}5^n$$

a) Gib die ersten 3 Elemente an und untersuche mittels Table (protokolliere 3 charakteristische Werte deiner Wahl), ob die gegebenen Folgen konvergent oder divergent sind. Gib den Grenzwert an, falls vorhanden.
b) Um wieviel unterscheiden sich das 33. und das 34. Element vom Grenzwert.
c) Für welche Elemente der Folge gilt: $\left| a_n - a \right| \prec \frac{1}{100}$

Sind dies fast alle Elemente? Erkläre (vielleicht anhand einer Skizze)!
d) Wie groß sind a_{666} und a_{700} bei Genauigkeit auf 3 Kommastellen.

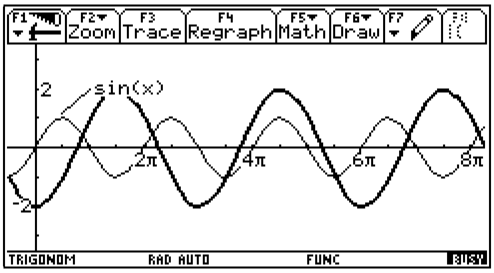
4. Beispiel:
a) Die Bevölkerung einer Stadt von anfangs 45000 Einwohnern wachse jährlich um 2,5 %. Erstelle die zugehörige rekursive Gleichung und ermittle, wann die 100 000 Einwohnergrenze überschritten wird. Dokumentiere deine Vorgangsweise.

b) Am BG Tulln soll unter Mitwirkung der örtlichen Feuerwehr ein streng geheim gehaltener Probealarm durchgeführt werden. Durch gute Beziehungen zur Feuerwehr erfahren 2 Schüler der Schule den Termin. Ab diesem Zeitpunkt erfahren pro Tag 35 % jener Schüler, die den Termin noch nicht kennen, ebenfalls davon. Die Schule umfaßt 800 Schüler.

- Erstelle die rekursive Gleichung und skizziere den Graphen (window)
- Wie viele Schüler wissen nach 7 Tagen vom Probealarm?
- Wann wissen 90 % aller Schüler davon
- Wann wissen es alle Schüler

Dr. Thomas Himmelbauer:

1. Bestimme Amplitude, Frequenz und Phasenverschiebung der folgenden verallgemeinerten Sinusfunktion!



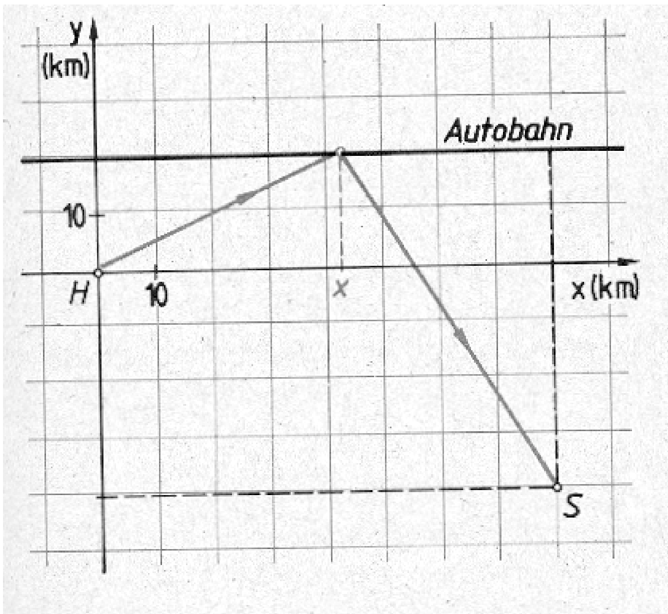
Bestimme für die Folge

$\left\langle a_n \right\rangle = \left\langle \frac{5n^2+100}{2n^2+3} \right\rangle$ den Grenzwert und für e= $\frac{1}{100}$ den Folgenindex N_0, ab dem alle Folgenglieder mit größerem Index weniger als e vom Grenzwert entfernt sind! Wenn das Problem graphisch über den TI-92 gelöst wird, dann sind alle Schritte genau zu protokollieren.

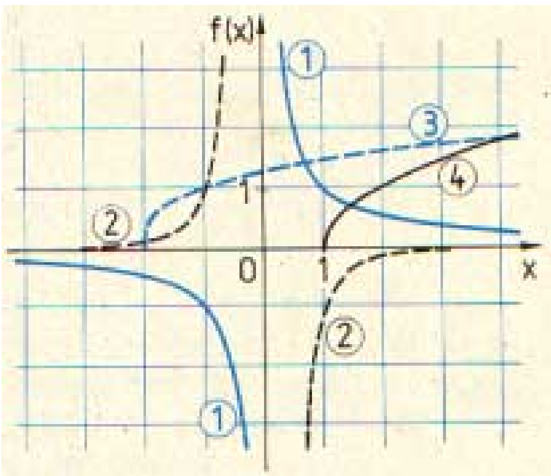
Mag. Hermine Rögner:

1) Der Anhalteweg s eines Autos ist von der Geschwindigkeit v dieses Autos abhängig. Ein Autofahrer sieht ein Hindernis und bremst. Die Restgeschwindigkeit v im km/h läßt sich als Funktion des nach dem Erkennen des Hindernisses zurückgelegten Wegs x in m darstellen. Es gilt bei einer ursprünglichen Geschwindigkeit von 50 km/h die Beziehung v = $\sqrt{62{,}5\cdot(40-x)}$ und bei einer ursprünglichen Geschwindigkeit von 70 km/h die Beziehung v = $\sqrt{70\cdot(70-x)}$. Stelle die Funktionen dar. Ermittle die Definitionsmenge und interpretiere sie!
Mit welcher Restgeschwindigkeit prallt man auf ein Hindernis bei einer um 20 km/h überhöhten Geschwindigkeit im Stadtgebiet, vor dem man bei Einhaltung der gesetzlich vorgeschriebenen Höchstgeschwindigkeit von 50 km/h im Stadtgebiet gerade noch stehenbleiben kann? Wie groß ist die Energie, die dabei frei wird, wenn das Auto eine Masse von 1000 kg besitzt?

2) Ein im Punkt H (0/0) stationierter Hubschrauber soll im Falle eines Unfalles Schwerverletzte in die Spezialklinik S (80/-40) bringen. Er kann maximal eine Strecke von 150 km zurücklegen. Berechne die Kilometermarken auf der Autobahn, zwischen denen der Rettungseinsatz geflogen werden kann!



3) In der unten befindlichen Abbildung sind die Graphen von vier Funktionen gezeichnet. Welche Funktionsgleichungen gehören zu den jeweiligen Graphen? Ermittle die Definitions- und Wertemenge der einzelnen Funktionen! Welches Monotonieverhalten weisen die Funktionen in welchen Bereichen auf? Welche der gezeichneten Funktionen besitzen Asymptoten und wie lauten deren Gleichungen?



(e) Ausblick auf die 7. Klasse:

1. Es werden generell mehr Workshops gewünscht, damit man mit konkreten Unterlagen für den Unterricht nach Hause gehen kann.
2. Es sollten unbedingt Grundkurse für Neueinsteiger angeboten werden.
3. Aufzeigen einer möglichen Einstiegsvariante zu verschiedenen Kapiteln mit didaktischer Aufbereitung.
4. Erstellung schüleradäquater Materialien. Manche Unterlagen sind für den Unterricht zu anspruchsvoll.
5. Komplexe Zahlen auf niedrigerem Niveau als Koll. Hainscho anbieten.
6. Gleichungen und Gleichungssysteme: Koll. Nagl stellt sein Material zur Verfügung.
7. Modul: Gleichungssysteme und Verknüpfung mit komplexen Zahlen.
8. Anwendungsbeispiele zur Differentialrechnung, bereits in Anlehnung an die Matura (gymnasiumtaugliche Beispiele!)

9. **Besonderer Wunsch und Vorhaben für das nächste Projekt lautet: Erstellung einer Beispielsammlung mit Ausarbeitungen zum Thema Kegelschnitte. Eventuell auch mit Schülerprotokollen. Bei speziell physikalischen Beispielen sollten die notwendigen Grundinformationen (Grundkenntnisse) dazugefügt werden.**

5.3.3. JAHRESPLANUNG FÜR DIE 6. KLASSE
MATHEMATIK

Monat	Lehrstoff	Lernziele
September	Koordinatengeometrie: 1. Parameterdarstellung einer Ebene 2. Allgemeine Gleichung einer Ebene (lin. Gleichung mit 3 Variablen 3. Normalebene auf eine Gerade-Normale auf eine Ebene 4. Lagebeziehung Gerade/Ebene	Erläutern von Zusammenhängen zw. Ebenen und lin. Gleichungen. Untersuchen von Lagebeziehungen zw. Ebenen. Berechnen von Schnittpunkten.
Oktober	5. Lagebeziehung zw. 2 Ebenen 6. Lagebeziehung dreier Ebenen	Berechnen von Schnittgeraden. Insbesonders Lösen von Systemen von 3 Gleichungen mit eindeutiger Lösung und von Systemen von 2 Gleichungen mit einparametriger Lösungsmenge. ($\rightarrow$ grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten, Darstellen und Interpretieren)
	Vektorprodukte: 1. VW-Formel und VP-Formel 2. Winkelberechnungen 3. Abstandsberechnungen	Bestimmen von Normalvektoren im Raum. Untersuchen von Orthogonalitäten. Berechnen von Winkeln zw. 2 Geraden und zw. Gerade und einer Ebene.
November	4. Flächen- und Volumsberechnungen 5. Das vektorielle Produkt	($\rightarrow$ grundlegende Fertigkeiten, produktives Arbeiten, Darstellen und Interpretieren)
	Trigonometrie: 1. Winkelmaße 2. Festlegen von Winkeln durch rechtwinkelige Dreiecke 3. Auflösung des rechtwinkeligen Dreiecks	Kennen der Definitionen. Bestimmen von Funktionswerten zu vorgegebenen Winkelmaßen und umgekehrt. Durchführen von Berechnungen an ebenen und räumlichen Figuren in inner- und außermathetmatischen Bereichen.
Dezember	4. Winkelfunktionen „spitzer" Winkel 5. Polarkoordinaten 6. Winkelfunktionen beliebiger Winkel, Funktionsgraphen	Anwenden der Winkelfunktionen in beliebigen Dreiecken
Jänner	7. Auflösung des schiefwinkeligen Dreiecks 8. Sinus- u. Cosinussatz; trigonometrische Flächenformel	Kennen u. Herleitung des Sinus u. Cosinussatzes ($\rightarrow$ Grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten. Produktives Arbeiten. Anwenden von Mathematik)
Februar	Potenz- und Wurzelfunktionen: 1. Wiederholung: Potenzen mit natürlichen Zahlen als Exponenten 2. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten 3. Potenzen mit rationalen Exponenten	Kennen der Definitionen, Angeben von Gründen für deren Zweckmäßigkeit. Erkennen, Formulieren und Beweisen von Rechengesetzen. Umformen von Ausdrücken in dem für spätere Anwendungen erforderlichen Ausmaß.
März	4. Potenzen und Wurzeln von Polynomen 5. Wurzelgleichungen	Analysieren der Rechenstruktur von Termen. Begründen einzelner Umformungsschritte durch Rechengesetze. ($\rightarrow$ Grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten, Reflektieren über Mathematik, Produktives Arbeiten, Argumentieren und exaktes Arbeiten, Kritisches Denken)
	Exponential- u. Logarithmusfunktion: 1) Potenzen mit reellen Koeffizienten-Exponentialfunktion 2) Euler'sche Zahl und natürliche Exponentialfunktion	Aufgrund der plausiblen Erläuterung oder einer strengeren Definition erkennen, dass Rechenregeln für Potenzen mit rationalen Zahlen auch für Potenzen mit reellen Zahlen gelten.

April	1) Logarithmus und Logarithmusfunktion 2) Rechnen mit Logarithmen 3) Exponentialgleichungen und logarithmische Gleichungen	Definieren von Logarithmen. Formulieren und Herleiten von Rechengesetzen. Lösen von Exponentialgleichungen der Form $a^x = b$ ($\rightarrow$Grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten, Darstellen, Argumentieren, Produktives Arbeiten, Anwenden von Mathematik)
	Wirtschaftsmathematik: 1) Verzinsung von Guthaben 2) Bearbeiten verschiedener einfacher Fragestellungen	Schüler sollen das wechselseitige Umsetzen und Interpretieren von außermathematischen Inhalten und mathematischen Zusammenhängen üben.
Mai	1. Regelmäßige Zahlungen zur Vermögensbildung 2. Kredite, Schuldentilgung, Ratenkäufe	Darstellen von Sachverhalten, Untersuchungen in qualitativer oder quantitativer Hinsicht. Kritisches Betrachten von Modellbildungen ($\rightarrow$Anwenden von Mathematik, Produktives Arbeiten, Kritisches Denken, Reflektieren über Mathematik)
	Grenzprozesse und reelle Zahlen: 1. Unendliche Folgen: Explizite und rekursive Beschreibung 2. Arithmetische und geometrische Folgen 3. Monotonie von Folgen	Die Schüler sollen mit Grenzprozessen vertraut werden, eine Möglichkeit einer präzisierten Beschreibung solcher Grenzprozesse kennenlernen und vertiefte Einsichten in das Wesen der reellen Zahlen gewinnen.
Juni	4. Die geometrische Reihe 5. Konvergenz von Zahlenfolgen 6. Die reellen Zahlen und die Zahlengerade	Gewinnen eines intuitiven Begriffes „unbegrenzte Näherung". Präzisieren durch den Grenzwert von Zahlenfolgen. Interpretieren des präzisierten Begriffes durch anschauliche Darstellung, durch Beispiele od. durch vereinfachte verbale Darstellung. Kenntnis der „Vollständigkeit" der reellen Zahlen. ($\rightarrow$Grundlegende Kenntnisse, exaktes Arbeiten, Darstellen und Interpretieren)
	Reelle Funktionen: 1. Näherungsweises Lösen von Gleichungen durch „Binäres Suchen" 2. Stetige u. unstetige Funktionen Sprungstellen 3. Stetigkeit u. Unstetigkeit bei Definitionslücken 4. Asymptotisches Verhalten von Funktionen 5. Zusammensetzung und Verkettung von Funktionen	Mit neuen Typen reeller Funktionen sollen die Schüler den Funktionsbegriff besser erfassen u. es sollen weitere Anwendungsmöglichkeiten erschlossen werden. Erkennen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden. Anwenden reeller Funktionen in außermathematischen Situationen. ($\rightarrow$Grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten, Darstellen und Interpretieren, Argumentieren, Anwenden von Mathematik, Kritisches Denken, Reflektieren über Mathematik)

5.4. - 7. KLASSE

Dr. Hildegard Urban-Woldron

Organisatorische Leistungen:

- ✓ Kommunikation mit den Klassenlehrern
- ✓ Schularbeiten einsammeln und weiterleiten
- ✓ Leitung der Klassentreffen bei den Seminaren
- ✓ Schreiben des Abschlussberichtes

Inhaltliche Überlegungen:

- ✓ Erhebungen nach Wünschen für neue Materialien
- ✓ Diskussion, inwieweit sich die Arbeitsweise der Schüler verändert hat
- ✓ Kategorisierung der Schularbeitsbeispiele
- ✓ Überlegungen für CAS-spezifische Aufgaben anstellen
- ✓ Erfassung und Bekanntmachung von Materialien aus der Homepage und für die Homepage
- ✓ Erfahrungsaustausch über den Jahresablauf (inwieweit hat sich die Jahresplanung verändert

Die Datei ***Kategorien_SA.doc*** enthält eine Zusammenstellung ausgewählter Schularbeitsbeispiele aus der 7. Klasse basierend auf dem ACDCA-Papier „Bewertung mathematischer Beispiele nach Tätigkeitsbereichen) von Josef **LECHNER** . Bei den Klassentreffen im Februar/März 2000 wurden sämtliche Schularbeitsbeispiele ausführlich diskutiert und Ausbaumöglichkeiten für den TI92 Einsatz besprochen.

Im Rückblick wurden bei den Klassentreffen in Ossiach die Besonderheiten der 7. Klasse und die individuellen Veränderungen bei den Jahresplanungen erörtert und die Gemeinsamkeiten herausgearbeitet:

- ✓ Es ergab sich ein veränderter Zugang zur Differentialrechnung, der viel stärker als bisher über die Änderungsrate motiviert war; es war auch ein stärkeres Eingehen auf die Ermittlung einer Stammfunktion möglich
- ✓ Bei der Untersuchung von Funktionen ergaben sich verlagerte Schwerpunkte; so wurde etwa die Untersuchung des Symmetrieverhaltens stärker betont; es wurden Kurvenscharen untersucht und Parameterstudien durchgeführt; auch die Anzahl der Nullstellen im Zusammenhang mit der Lösung algebraischer Gleichungen wurde genauer betrachtet; bei den „umgekehrten“ Kurvendiskussionen konnte durch zu wenig Angaben die Einsicht des Schülers herbeigeführt werden, dass in diesem Fall die Lösungen nicht eindeutig sind
- ✓ Bei der Lösung der algebraischen Gleichungen konnte der Fundamentalsatz der Algebra und die Verallgemeinerung der Satzgruppe von Vieta verständlich gemacht werden und eine direkte Verbindung zur Untersuchung von Polynomfunktionen hergestellt werden.
- ✓ Eine starke Veränderung im Zugang und auch in der Bearbeitung hat sich bei den Optimierungsaufgaben ergeben; die Zielfunktion kann als solche erkannt werden, weil sie grafisch veranschaulicht werden kann und ganz ohne Differentialrechnung Lösungen gefunden werden können; auch die Möglichkeiten zur Vereinfachung der Ansatzfunktion lassen sich nachvollziehen und verstehen
- ✓ Im Bereich der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung wurde mit Simulationen, Funktionsmodulen und grafischen Darstellungen gearbeitet
- ✓ In der Analytik wurde auf das modulare Arbeiten großer Wert gelegt; da es für verschiedene Teilprobleme fertige Programm-Module gibt, kann die Aufmerksamkeit der Schüler auf die strukturelle Zerlegung der Aufgabenstellung in lösbare Teilprobleme gelenkt werden
- ✓ Ein Schwerpunkt war die Systemdynamik, wo die Handlungskompetenzen der Schüler im Umgang mit der Systemanalyse mit steigender Komplexität der Aufgabenstellungen, die auch fächerübergreifend waren, eingeübt und erweitert wurden.

Im Ausblick auf die 8. Klasse wurde vereinbart zu den Wiederholungsthemen den schon vorhandenen Stationenbetrieb für die 8. Klasse zu verwenden und zum Thema Integralbegriff und Anwendungen der Integralrechnung im Dezember 2000 in Südtirol einen neuen Stationenbetrieb zu erarbeiten.

5.4.1. Zusammenstellung ausgewählter Schularbeitsbeispiele

Basierend auf dem ACDCA-Papier „Bewertung mathematischer Beispiele nach Tätigkeitsbereichen) von Josef **LECHNER**

A) Tätigkeitsbereich 1: DARSTELLEND - INTERPRETIERENDES ARBEITEN

(Der TI92 wird hauptsächlich als Visualisierungswerkzeug eingesetzt)

1) Der Graf der Funktion f: $y = a\,x^4 + b\,x^3 + c\,x^2 + d\,x + e$ schneidet die x-Achse an den Stellen 0 und 2; an der Stelle 1 liegt ein Wendepunkt mit der Wendetangente t: $2\,x + y - 1 = 0$ vor.

Ermittle die Funktionsgleichung von f, stelle in einer Skizze die Funktion f, ihre erste und ihre zweite Ableitungsfunktion dar und beschreibe, wie diese drei Grafen zusammenhängen.

2) In einem Behälter befinden sich 5000 Liter einer Salzlösung, die durch Lösen von 100 kg Salz entstanden ist. In diesen Behälter fließen pro Minute 150 Liter reines Wasser zu, während gleichzeitig 150 Liter Salzlösung abfließen.

Erstelle eine Rekursionsgleichung für die zeitliche Entwicklung des Salzgehaltes und simuliere den Salzgehalt für den Zeitraum 0 bis 200 Minuten.

Bonus:
In einem Behälter befinden sich 5000 Liter einer Salzlösung, die durch Lösen von 100 kg Salz entstanden ist. Es fließen pro Minute 150 Liter Wasser mit der Salzkonzentration von 0,5 kg/l zu, während gleichzeitig 150 Liter der jeweiligen Mischung abfließen.

Bestimme durch Simulation den zeitlichen Verlauf des Salzgehaltes (0 bis 200 Minuten) und skizziere den Verlauf in deinem Heft.

3) Ein Flugzeug, das in h = 500 m Höhe mit konstanter Geschwindigkeit von v = 30 m/s fliegt, wirft einen Versorgungskanister ab.

Beschreibe die Bahnkurve des Kanisters in Parameterdarstellung (*der Luftwiderstand soll vernachlässigt werden*) und stelle fest, in welcher Entfernung von der Abwurfstelle und mit welcher Geschwindigkeit der Kanister auf dem Boden aufschlägt. Ermittle, was für eine Kurve die Flugbahn des Kanisters ist, indem du die Parameter eliminierst.

4) Bei der Einführung eines neuen Marktartikels nimmt der Anteil der Personen, die diesen Artikel besitzen,solange zu, bis eine Sättigung des Marktes erreicht ist. Für diesen Vorgang soll ein Modell entwickelt werden. Eine Firma will in einer Stadt ein neues Küchengerät, das noch in keinem Haushalt vorhanden ist, einführen. Um den Verkauf des Produkts zeitlich verfolgen zu können, wird der gesamte Verkaufszeitraum in gleichlange Zeitintervalle Δt (*etwa in Wochen*) eingeteilt. In jedem solchen Zeitraum kauft ein bestimmter Bruchteil q derjenigen Haushalte, die das Gerät noch nicht besitzen, ein solches Gerät.

Ermittle die zeitliche Entwicklung der Anzahl derjenigen Haushalte, die das Gerät besitzen für
- $B_0 = 0$ (Anzahl der Haushalte, die das Gerät am Anfang besitzen
- n = 200 (Gesamtanzahl der Haushalte)
- q = 0,2 (Bruchteil der Haushalte, die das Gerät im Zeitintervall Δt kaufen)

und stelle den Verlauf in einer Tabelle und in einem Diagramm dar. Beschreibe den Verlauf und versuche eine Erklärung dafür mit Hilfe der entsprechenden Rekursionsgleichung zu geben!

B) Tätigkeitsbereich 2: FORMAL – OPERATIVES ARBEITEN

(Der TI92 wird hauptsächlich als Rechenwerkzeug eingesetzt)

1) A(-5/9/4) und B(0/6/8) sind Punkte auf einer Kugelfläche, deren Mittelpunkt auf der Geraden g:X =(7/18/-2) + t · (4/8/-1) liegt.
Ermittle die Gleichung der Kugel und die Schnittpunkte der Kugel mit der Geraden g.

<u>Zusatz</u>: Zeige, dass für eine beliebige quadratische Funktion $f(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ gilt: An der Stelle im Mittelpunkt des Intervalls [a;b] ist der Anstieg der Tangente gleich dem Anstieg der Sekante durch die Kurvenpunkte in den Endpunkten des Intervalls.

2) Der Luftdruck p(x) in der Höhe x Meter über dem Meeresniveau kann bei einer Temperatur von 0°C näherungsweise durch die Formel

$p(x) = \frac{1013}{128000000} \cdot \left(x^2 - 16000x + 128000000\right)$ für $0 \le x \le 2500$ angegeben werden.

Erkläre die Ausdrücke

$\frac{p(x_2) - p(x_1)}{x_2 - x_1}$ und p'(x)

Berechne $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ im Intervall [800m;900m] und $\frac{dp}{dx}$ für x=1000m.

3) Der Strömungswiderstand F (in N) eines mit der Geschwindigkeit v (in km/h) fliegenden Flugzeugs sei ungefähr durch die Gleichung $F(v) = v^2+2v+200$ gegeben.

- ✓ Berechne die mittlere Änderungsgeschwindigkeit des Strömungswiderstandes bezüglich der Geschwindigkeit in den Intervallen [200;300] und [300;400].
- ✓ Wie groß ist die (momentane) Änderungsrate des Strömungswiderstandes bezüglich der Geschwindigkeit bei der Geschwindigkeit 500 km/h ?
- ✓ Wie groß ist die Geschwindigkeit des Flugzeugs bei einem Strömungswiderstand von 900 000 N ?
- ✓ Wie groß ist dort die Änderungsrate des Strömungswiderstandes bezüglich der Geschwindigkeit ?

C) Tätigkeitsbereich 3: KRITISCH – ARGUMENTATIVES ARBEITEN

(Der TI92 wird hauptsächlich als Überprüfungswerkzeug eingesetzt)

1) Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch:
- Eine quadratische Gleichung besitzt über C stets zwei Lösungen.
- Eine Gleichung mit reellen Koeffizienten hat über C nur reelle Lösungen.
- Sind x und x' die beiden Lösungen einer quadratischen Gleichung, so ist der konstante Summand der Gleichung 0.
- Der Betrag einer komplexen Zahl ist stets größer als Null.

2) Dividiere ohne TI92 die Zahl $z_1 = 3 - 4i$ durch die Zahl $z_2 = 5 + 2i$ und überprüfe die Lösung mit dem TI92.

3) Zeige, dass die Wendepunkte des Graphen der Funktion $f(x) = 3x^5 - 10x^3 + 7$ auf einer Geraden liegen.

4) Löse die Gleichung $(x - a)^2 + b^2 = 0$ (a und b sind reelle Zahlen).
Begründe, warum die Gleichung nur komplexe Lösungen haben kann!

D) Tätigkeitsbereich 4: HEURISTISCH – EXPERIMENTELLES ARBEITEN

(Der TI92 wird hauptsächlich als Untersuchungswerkzeug eingesetzt)

1) Ein Haus liegt 100m abseits einer geradlinigen Straße, die von einem Fernheizkraftwerk wegführt. Der hausnächste Punkt der Straße liegt 1500m vom Fernheizkraftwerk entfernt. Es soll an das Fernheizsystem angeschlossen werden. Der Laufmeter Verlegung kostet längs der Straße 1.000,-- Schilling, im Gelände hingegen 1.800 Schilling.
An welcher Stelle muss die Abzweigung erfolgen, damit die Kosten der Verlegung minimal werden? Wie hoch ist die Kostenersparnis gegenüber einer Verlegung längs der Luftlinie?

2) Verwende das Programm K1() zur Simulation des Ladevorgangs eines Kondensators (mit folgenden Parametern: 10V; 0,001F; 1000Ω; 0,1s; 5s).
Welche Zeilen in dem Programm sind physikalisch relevant? Untersuche, wie sich die Ladung in der ersten, zweiten, ..., fünften Sekunde ändert und gib an, welcher Zusammenhang mit der jeweiligen Stromstärke besteht.

a) Wie lange dauert es, bis der Kondensator halb voll ist? Untersuche, ob und wie diese „Halbwertszeit" von der Größe des Widerstandes abhängt!

b) Ein Kondensator wurde mit der Spannung U geladen. Die Entladung erfolgt über den Widerstand R. Welchen Einfluss hat der Wert des Widerstands R auf die Entladevorgänge und damit auf den Ablauf des Experiments? Du kannst für deine Untersuchungen das Programm K2() verwenden!

3) Der Graf einer ganzrationalen Funktion vierten Grades soll mit der Steigung 4 durch den Nullpunkt gehen, ferner soll (2/2) ein Sattelpunkt sein. Zeige, dass diese Aufgabe nicht lösbar ist.
Wie musst Du die Forderungen variieren, damit eine Lösungsfunktion existiert?

5.5. – 8. KLASSE

Mag. Gerhard Hainscho

5.5.1. Teilnahme am Projekt

Österreichweit nahmen am Forschungsprojekt

Neue Medien und Methodik im Mathematikunterricht
(Einfluß auf das Lehren und Lernen, den Lehrplan und die Leistungsbeurteilung)

15 8. Klassen teil, alle als Forschungsklassen mit Beteiligung an verschiedenen Projektgruppen, wobei der Schwerpunkt sehr stark in der Projektgruppe 5 (Neue Lernkultur) lag:

Nr.	Lehrer	Schule	Schultyp	Projekt-gruppe
1	Bajlicz Klaudia	BG/BRG Eisensatdt	RG	5
2	Bleier Gabriele	BG/BRG Gänserndorf	RG	5
3	Dorner Roland	BG Dornbirn	G	5
4	Engler Eduard	BG Dornbirn	G	5
5	Hainscho Gerhard	BORG Wolfsberg	musORG	2
6	Juen Heiner	Akademisches Gymnasium Innsbruck	G	5
7	Nussbaumer Peter	BG/BRG Tulln	G	3, 5
8	Pecharda Erich	BRG Kandlgasse Wien	RG	1, 4
9	Reischl Peter	BORG Wolfsberg	nwORG	2
10	Rosenberger Gerhard	BRG Linzerstraße Wien	RG	5
11	Schirmer-Saneff Ingrid	BG/BRG Berndorf	RG	4, 5
12	Schmidt Elisabeth	RG d. Salesianer Don Boscos Unterwaltersdorf	RG	2, 5
13	Schmidt Otmar	BG Zehnerg. Wiener Neustadt	RG	5
14	Stolzlechner Werner	BORG Lienz	ORG	5
15	Wegscheider Walter	BG/BRG Klosterneuburg	G	1

5.5.2. Treffen der Arbeitsgruppe / Kontakte

Treffen und Arbeitssitzungen der Gruppe der LehrerInnen, die im Schuljahr 1999/2000 in einer 8. Klasse unterrichteten, fanden im Rahmen von gesamtösterreichischen Seminaren für alle Projektlehrer statt:

- Ossiach 01. 09. 1999 - 04. 09. 1999
- Hollabrunn 01. 03. 2000 - 04. 03. 2000
- St. Pölten 26. 05. 2000 - 27. 05. 2000
- Ossiach 30. 08. 2000 - 02. 09. 2000

Da der Kreis der beteiligten LehrerInnen eher klein war, erfolgten keine Aussendungen in Papierform. Allgemeine Informationen waren der ACDCA-Homepage zu entnehmen, persönliche Kontakte wurden direkt über eMail und Telefonate gehalten.

5.5.3. Aktivitäten

Abgesehen von der Beteiligung an den verschiedenen Projektgruppen lag das Hauptinteresse der involvierten LehrerInnen klar an der Abwicklung der Matura, die im Schuljahr 1999/2000 erstmals in größerem Umfang mit Einsatz von CAS-Rechnern stattfand. Besonderes Augenmerk wurde daher auf die Auswahl geeigneter Aufgabenstellungen für schriftliche und mündliche Reifeprüfung gelegt, ein weiter Schwerpunkt war die Diskussion der Durchführung der mündlichen Maturaprüfungen. Rückblickend läßt sich sagen, daß das Handling der Geräte in den meisten Fällen nicht nur keine besonderen Probleme bereitete, sondern gerade die Möglichkeit, Schüleraktivitäten "live" mittels Overhead-Display verfolgen zu können, für SchülerInnen zu einer Entlastung von Schreibarbeit an der Tafel führte und von LehrerInnen als eine Aufwertung der Prüfungsgespräche erlebt wurde, die ja das Wesentliche einer mündlichen Matura ausmachen und in der bisherigen Prüfungstradition oft nicht in dieser Form möglich waren. Die Art der Aufgabenstellungen dagegen entspricht in vielen Fällen der bisherigen Tradition, neue Wege werden eher behutsam beschritten, werden sich aber ohne Zweifel entwickeln.

Als konkrete Aufgabe stellte sich die Arbeitsgruppe der involvierten LehrerInnen die Sammlung und Bewertung von Schularbeits- und Maturaaufgaben. Diese Sammlung wird über die Homepage von ACDCA verfügbar sein:

- http://www.acdca.ac.at/

Trotz des grundsätzlichen Bekenntnisses zu dieser Aufgabe sind Beiträge eher spärlich eingetroffen, was teilweise damit zusammenhängen mag, daß nicht alle LehrerInnen immer über ihre eigenen Schularbeitsaufgaben glücklich sind, in vielen Fällen wird ihre Auswahl und Zusammenstellung mehr von der Realität des Terminkalenders bestimmt als von den Ideen der Pädagogik.

Konkrete Planungen für das kommende Schuljahr 2000/2001 wurden nicht durchgeführt, da zu erwarten war, daß den Maturaklassen neue Klassen in unterschiedlichen Schulstufen nachfolgen.