

Arbeitsblatt - Formeln ergänzen

Vervollständige nach einer der drei folgenden Formeln:

$$(\mathbf{u} + \mathbf{v})^2 = \mathbf{u}^2 + 2 \mathbf{u} \mathbf{v} + \mathbf{v}^2$$

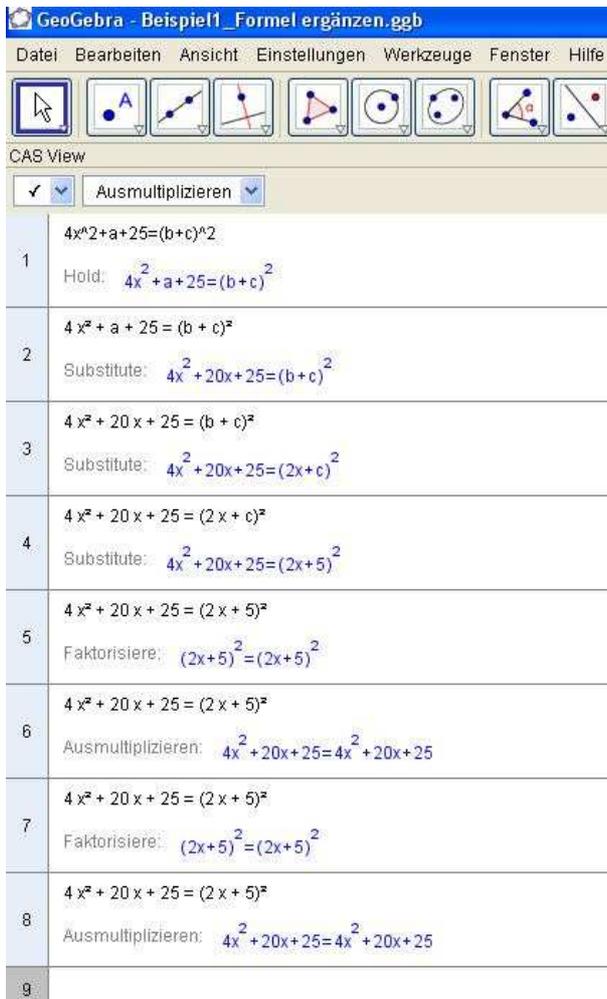
$$(\mathbf{u} - \mathbf{v})^2 = \mathbf{u}^2 - 2 \mathbf{u} \mathbf{v} + \mathbf{v}^2$$

$$\mathbf{u}^2 - \mathbf{v}^2 = (\mathbf{u} + \mathbf{v})(\mathbf{u} - \mathbf{v})$$

Beispiel 1)

Versuche a, b und c zu bestimmen (Arbeite mit einem Bleistift - es könnten Fehler auftreten!)

Gegeben	Gesucht	Gesucht	Gesucht	Vollständige Formel
$4x^2 + a + 25 = (b + c)^2$	a =	b =	c =	



GeoGebra - Beispiel1_Formel ergänzen.ggb

File Bearbeiten Ansicht Einstellungen Werkzeuge Fenster Hilfe

CAS View

Ausmultiplizieren

1	$4x^2 + a + 25 = (b+c)^2$
	Hold: $4x^2 + a + 25 = (b+c)^2$
2	$4x^2 + a + 25 = (b+c)^2$
	Substitute: $4x^2 + 20x + 25 = (b+c)^2$
3	$4x^2 + 20x + 25 = (b+c)^2$
	Substitute: $4x^2 + 20x + 25 = (2x+c)^2$
4	$4x^2 + 20x + 25 = (2x+c)^2$
	Substitute: $4x^2 + 20x + 25 = (2x+5)^2$
5	$4x^2 + 20x + 25 = (2x+5)^2$
	Faktoriere: $(2x+5)^2 = (2x+5)^2$
6	$4x^2 + 20x + 25 = (2x+5)^2$
	Ausmultiplizieren: $4x^2 + 20x + 25 = 4x^2 + 20x + 25$
7	$4x^2 + 20x + 25 = (2x+5)^2$
	Faktoriere: $(2x+5)^2 = (2x+5)^2$
8	$4x^2 + 20x + 25 = (2x+5)^2$
	Ausmultiplizieren: $4x^2 + 20x + 25 = 4x^2 + 20x + 25$
9	

Gib danach die Gleichung in dein CAS Zeile 1 ein! Belege wie in Abbildung 1 Variablen a, b und c mit den vorgegebenen Werten a = 20x, b = 2x und c = 5 (Zeilen 4, 5, 6)

Abbildung 1 - Belege die Variablen a, b, c mit deinen Werten

Führe folgende Überprüfungen durch (Testverfahren):

- 1) Faktorisiere die linke Seite der Gleichung in Zeile 5 Faktorisiere den Term und vergleiche die beiden Seiten der Gleichung.
- 2) Expandiere (ausmultiplizieren) die rechte Seite der Gleichung in Zeile 6 und vergleiche die beiden Seiten der Gleichung.

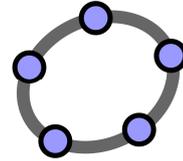
Weitere Möglichkeiten:

- 3) **Subtrahiere von der linken Seite der Gleichung die rechte Seite (oder umgekehrt) - es entsteht 0. (soll das bleiben?)**

Die Belegungen der gesuchten Variablen für Beispiel 1 stimmen.

Wir haben also richtig eingesetzt.

Wenn ein Fehler aufgetreten ist, dann mache zum falsch eingetragenen Wert ein Falschzeichen und schreibe darunter mit Farbstift die richtige Lösung. Schreibe die vollständige Formel in die Tabelle.

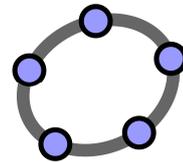


Du hast damit verschiedene Testverfahren gelernt und kannst diese selbständig anwenden.
Bearbeite die weiteren Beispiele selbständig und verwende bei der Überprüfung jeweils ein anderes Testverfahren. Einige Beispiele sind nicht leicht!

Eigenes Arbeitsblatt

Gegeben	Gesucht	Gesucht	Gesucht	Vollständige Formel
Beispiel 2) $25x^2 + a + 4y^2 = (b + c)^2$	a =	b =	c =	
Beispiel 3) $(u + v)^2 = 49a^2 + 42af + m$	m =	u =	v =	
Beispiel 4) $36 - 36u + e = (c - r)^2$	c =	e =	r =	
Beispiel 5) $a + 12cd + m = (2c + e)^2$	a =	e =	m =	
Beispiel 6) $4x^2 + 2xy + a = (b + c)^2$	a =	b =	c =	
Beispiel 7) $j - 4d^2 = (5s - r)(5s + r)$	r =	j =	-----	
Partnerbeispiel *)				

*) Erfinde ein Beispiel selbst und bitte deinen Tischnachbar/in, dieses zu bearbeiten - so habt ihr zwei Beispiele, die ihr dann gemeinsam testen könnt.



Arbeitsblatt - Welcher Term ist das Quadrat eines Binoms

Welcher der in der ersten Spalte gegebenen Terme ist das Quadrat eines Binoms (vollständiges Quadrat)?

Ändere die Terme, die keine vollständigen Quadrate sind, so ab, dass Quadrate von Binomen entstehen (Verwende einen Farbstift bei deiner Veränderung)!

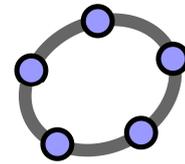
Versuche zu erklären, welche Fehler gemacht wurden!

Schreibe die Terme (richtige oder veränderte Terme) als Quadrat eines Binoms in die letzte Spalte.

Gegebener Term	vollständiges Quadrat ? Ja/Nein	Gesucht Glied 1 Glied 2	Gesucht doppeltes Produkt	Quadrat des Binoms
Beispiel 1) $16x^2 + 8ax + a^2$	JA	$4x$ a	$8ax$	$(4x + a)^2$
Beispiel 2) $a^2 - af + f^2$				
Beispiel 3) $r^2 + 4r$				
Beispiel 4) $16b^2 - 40bc + 25c^2$				
Beispiel 5) $a^2 + 64m^2$				
Beispiel 7) $81s^2 + 18s + 1$				
Beispiel 8) $x^2/4 - 2x + 4$				

Die zweite Spalte bezieht sich auf die Angabe in Spalte eins. In Spalte 3, 4 und 5 sollen bereits deine Veränderungen berücksichtigt sein!

Teste nach der vollständigen Bearbeitung deine Ergebnisse mit dem CAS!



Arbeitsblatt - Vertiefung der Anwendung von Formeln

Nun können die gewonnenen Erkenntnisse auch bei komplexeren Beispielen angewendet werden. Manchmal sieht man die Anwendung nicht sofort ein. Dabei kann das CAS helfen.

$$(3m - 2)^2 - (m + 3)^2 =$$

Dieser Term lässt sich ausmultiplizieren (siehe Zeile 1).

Jedoch die Aufforderung: "Verwandle in ein Produkt" wird händisch nur schwer sofort richtig erkannt werden (Zeile 2).

CAS View	
1	= Ausmultiplizieren $(3m-2)^2-(m+3)^2$ $\rightarrow 8m^2-18m-5$
2	$(3m-2)^2-(m+3)^2$ Hold: $(3m-2)^2-(m+3)^2$
3	$(3m-2)^2-(m+3)^2$ Substitute: $term1^2-(m+3)^2$
4	$term1^2-(m+3)^2$ Substitute: $term1^2-term2^2$
5	$term1^2-term2^2$ Faktorisiere: $(term1-term2)(term2+term1)$
6	$(term1-term2)(term2+term1)$ Substitute: $(3m-2-term2)(term2+3m-2)$
7	$(3m-2-term2)(term2+3m-2)$ Substitute: $(3m-2-(m+3))(m+3+3m-2)$
8	$(3m-2-(m+3))(m+3+3m-2)$ $\rightarrow (2m-5)(m+3+3m-2)$
9	$(2m-5)(m+3+3m-2)$ $\rightarrow (2m-5)(4m+1)$
10	$(2m-5)(4m+1)$ Ausmultiplizieren: $8m^2-18m-5$
11	$(3m-2)^2-(m+3)^2$ Faktorisiere: $(2m-5)(4m+1)$
12	

Zuerst wird die Grundstruktur des Ausdrucks anschaulich gemacht (für $3m+1$ wird term1 und für $2m-3$ wird term2 eingesetzt), diese ist bekannt: $a^2 - b^2$ (Zeile 3 und 4).

Danach wird der Term faktorisiert (Zeile 5).

Dann wird der Ausdruck wieder zurück eingesetzt (für $term1=3m-2$ und $term2 =m+3$ - Zeile 6 und 7).

Es werden dann die Teilfaktoren unterlegt und mit = (Vereinfacht (Simplify)) bearbeitet, dann entsteht der Ausdruck von Zeile 9 (Unterlegung mit Klammer – wenn nur ein Teilausdruck in der Klammer unterlegt bekommt noch eine zusätzliche Klammer, das ist nicht falsch, aber unübersichtlich!).

Wir können also auch im Kopf die Formel anwenden - also faktorisieren.

Führe folgendes weitere Beispiel durch, indem du in ein Produkt verwandest:

$$(3x + 1)^2 - (2x - 3)^2 =$$