

Radien eines Kreisrings

für GeoGebraCAS

Letzte Änderung: 25. Mai 2011

Überblick

1.1 Zusammenfassung

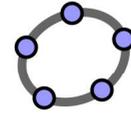
Bei diesem Arbeitsblatt steht das Entdecken und Beweisen von Zusammenhängen im Vordergrund! Zu Beginn wird mithilfe des dynamischen Arbeitsblattes entdeckt, wie sich die Radien eines Kreisrings verhalten, wenn der äußere Umfang nur um 10 größer ist als der innere Umfang.

Die Werte, die mithilfe der Schieberegler gefunden werden, sind in der Tabellenansicht einzutragen.

Im CAS-Fenster ist danach die Vermutung, dass der Radius um etwa 1,6 größer sein muss, zu beweisen.

1.2 Kurzinformation

Schulstufe	8. Schulstufe
Geschätzte Dauer	1 – 2 Unterrichtseinheiten
Verwendete Materialien	Arbeitsblatt + kreis.ggb
Technische Voraussetzungen	GeoGebraCAS an PC oder Notebook
Schlagwörter Mathematik	Kreis, Umfang, Radius, Gleichung finden, Äquivalenzumformungen
Schlagwörter GeoGebraCAS	Äquivalenzumformunen durchführen, Vereinfachen
Autor/in	Evelyn Stepancik & Walter Klinger
Download von Zusatzmaterialien	kreis.ggb



1.3 Vorwissen der Lernenden

Mathematisches Vorwissen	<ul style="list-style-type: none"> • Sicherer Umgang mit der Umfangsformel des Kreises • Gleichungen aus Texten aufstellen können • Äquivalenzumformungen kennen • Einfachste Formen von Gleichungen angeben und interpretieren können
Technisches Vorwissen	<ul style="list-style-type: none"> • Schieberegler bedienen können • In Tabellen Werte eintragen können • Elementare Bedienung von GeoGebraCAS

1.4 Lerninhalte und Lernziele

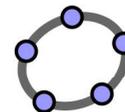
Lehrinhalt	Lernziel
Geometrische Zusammenhänge entdecken und beweisen	Zusammenhang der Radien erkennen Den Zusammenhang verbalisieren Den Zusammenhang mit einer Gleichung beschreiben können

1.5 Lernzielkontrolle

Vorbereitung der Lehrenden

1.6 Vorbereitung des Unterrichts

Arbeitsblatt kopieren oder zum Download vorbereiten und die GeoGebra-Datei kreis.ggb zur Verfügung stellen. Die Datei kreis.ggb sollte auf jedem Schüler/innen-PC vorhanden sein. Achtung: zuerst GeoGebraCAS starten, dann die Datei öffnen. Gelegentlich kann dies ein wenig länger als gewohnt dauern. (Die Datei wurde mit einer Maxima-Version erstellt, lässt sich jedoch mit allen aktuellen Testversionen und Webstart-Versionen öffnen. Eine Äquivalenzumformung mit π ist allerdings im Augenblick nur mit der Maxima-Version möglich.) Jede Schülerin/Jeder Schüler braucht anfangs ein eigenes Notebook oder einen Computer im EDV-Raum. Später ist Partnerarbeit sinnvoll!



1.7 Verwendung des GeoGebraCAS

Eingabe von Gleichungen in GeoGebraCAS

Eingabe von Äquivalenzumformungen in GeoGebraCAS

Vereinfachen von Termen und Gleichungen

Eventuell Ausmultiplizieren

Verwendete Befehle

Vereinfache	Vereinfacht die beiden Term einer Gleichung
Lösche	Löscht die Eingabezeile
Ersetze	Substituieren

Verwendete Werkzeuge

Didaktischer Hintergrund

Bei diesem Prozess steht das Entdecken, Aufstellen einer Vermutung sowie das Beweisen dieser Vermutung im Vordergrund.

Das Entdecken wird durch das dynamische Arbeitsblatt unterstützt.

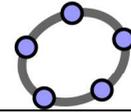
Die ersten Vermutungen können mithilfe der in der Tabelle eingetragenen Werte entstehen.

Danach ist die Vermutung mithilfe des CAS zu beweisen.

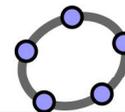
Einsatz im Unterricht

1.8 Verlaufsplan

Phase	Inhalt	Sozial- / Aktionsform	Materialien
Einführung	Wiederholung des Kreises Umfang	Lehrer/in- /Schüler/ingespräch	



Phase	Inhalt	Sozial- / Aktionsform	Materialien
Erarbeitungsphase 1	In der ersten Phase sollen die Schüler/innen in Einzelarbeit mit dem dynamischen Arbeitsblatt arbeiten, Werte in die Tabelle eintragen und eine Vermutung aufstellen	Einzelarbeit	Arbeitsblatt (Aufgabe 1 bis 3) + kreis.ggb
Erarbeitungsphase 2	Die Ergebnisse von vorher vergleichen und die Vermutungen mit einem/er Partner/in besprechen und verallgemeinern.	Partnerarbeit	Arbeitsblatt (Aufgabe 3) + kreis.ggb
Erarbeitungsphase 3	Die Ergebnisse (Vermutungen) der ersten Phase besprechen. Hinleiten zur Darstellung des Sachverhalts mit Formeln. Wichtig: Hinweise auf das Handling des CAS! z.B.: $2 \cdot r \cdot \pi$ (Malpunkte)	Plenumsgespräch	Arbeitsblatt (Aufgabe 4) + kreis.ggb
Erarbeitungsphase 4	Lösen bzw. Umformen der Gleichung bis zum Ergebnis $x = 1/(2\pi)$	Partnerarbeit	Arbeitsblatt (Aufgabe 5) + kreis.ggb
Zusammenfassung	Ergebnisse der Partnerarbeit aufgreifen Welche Bedeutung hat dieses Ergebnis nun! Problemlöseprozess mit den Schüler/innen besprechen (von der Anschauung über die Vermutung zum Beweis) Reflexion!	Plenumsgespräch und schriftliche Zusammenfassung	Selbst erstellte Mitschrift Arbeitsblatt: Aufgabe 6
Lernzielkontrolle	---		



Phase	Inhalt	Sozial- / Aktionsform	Materialien
Anwendung / Differenzierung / Übung / Vertiefung	Neuerliche Anwendung des Verfahrens auf Kreisbogen.		
Hausübung	Neuerliche Anwendung des Verfahrens auf Quadrate, Rechtecke		

1.9 Unterrichtsablauf

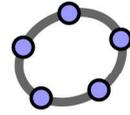
Einführung

In der Einführung ist die Umfangsformel für den Kreis zu wiederholen.

Erarbeitungsphase

Die Erarbeitungsphase gliedert sich in drei Schritte.

1. Entdecken: Mithilfe der Schieberegler sollen die Schüler/innen in Einzelarbeit entdecken, wie zwei Radien zusammenhängen, wenn der Umfang der beiden Kreise nur um 10 größer ist. Dazu werden einzelne Werte in der Tabelle festgehalten. Eine erste Vermutung wird aufgestellt. Diese Vermutungen werden anschließend in Partnerarbeit besprochen und verglichen.
2. Exaktifizierung/Vermutung in die Sprache der Mathematik übersetzen: Die Schüler/innen können in Partnerarbeit ihre Vermutungen in mathematische Sprache (Gleichung) übersetzen. Die Ergebnisse dieses Prozesses sollten im Plenum aufgegriffen und besprochen werden. Als Beleg für die aufgestellt Vermutung kann nochmals das interaktive Arbeitsblatt herangezogen werden. Ziel dieses Lernschrittes ist es, dass alle Schüler/innen den Sachverhalt in Form einer Gleichung darstellen können. Bevor nun die Bearbeitung der Gleichung im CAS beginnt, ist nochmals auf die Handhabung des CAS hinzuweisen. Wichtig sind die Unterschiede bei $=$, \approx und \checkmark sowie das Malzeichen zwischen Variablen.
3. Verifizierung der Vermutung: Nun wird die Gleichung $2r\pi + 10 = 2(r+x)\pi$ schrittweise oder mittels SOLVE in GeoGebraCAS gelöst. Achtung: beim schrittweise Lösen kann derzeit nur die Maxima-Version die Äquivalenumformung „dividiert durch π “ exakt ausführen. Die MathPiper-Version kann diese Äquivalenzumformung nur numerisch lösen.



Die Zusammenfassung beginnt mit einem Vergleich der CAS-Ergebnisse. Zudem ist mit den Schüler/innen zu besprechen, welche Bedeutung dieses Ergebnis nur für das Beispiel hat. Anhand von weiteren Kreisradien kann das Ergebnis nochmals überprüft werden. Dafür können beliebig große Kreis (Erdradius) oder beliebig kleine Kreise herangezogen werden.

Nach einer ausführlichen Besprechung dieser Ergebnisse, sollte der gesamte Lösungsprozess (Vorgang: Geometrie-Tabelle-CAS) noch einmal thematisiert werden.

Nun kann eine Vertiefung mit dem Kreisbogen erfolgen.

Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Winkeln von zwei Kreisbögen mit gleichem Radius, wenn die Länge des einen Kreisbogens um 10 größer ist als die Länge des anderen Kreisbogens.

Die Schüler/innen können sich jetzt mit GeoGebra selbst einen Kreisbogen (günstiger allerdings einen Kreissektor) erstellen. Dabei ist darauf zu achten, dass der Mittelpunkt und der Anfangs- oder Endpunkt des Kreisbogens fixiert ist. Das Verfahren ist analog zum vorherigen Beispiel.

Hausübung

Als Hausübungsbeispiele eignen sich verschiedene geometrische Figuren. Z.B.: Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Seitenlängen zweier Quadrate, wenn der Umfang des einen um 10 größer ist als des anderen Quadrats?