

Didaktischer Kommentar

Motivation für den Lernpfad Funktionen

Nachdem Schüler/innen im Laufe der Sekundarstufe I verschiedene Zugänge zu diesem Thema erfahren haben (grafische Darstellungen, Arbeiten mit Tabellen, direkte und indirekte Proportionalität, Kapitalwachstum, ...), soll dieses Wissen am Ende der Sekundarstufe I bzw. am Beginn der Sekundarstufe II in einem eigenen Lernpfad zusammengefügt und der zunächst intuitive Funktionsbegriff exaktifiziert werden.

Im Zentrum steht der sichere Umgang mit den Prototypen Wortformel, Tabelle, Graph und Term. Diese Prototypen sollen anhand von Beispielen aus der Erfahrungswelt der Schüler/innen wiederholt werden.

Der Aufbau des Lernpfades folgt dem Prinzip

- **Vorwissen aktivieren:**

Grundlegendes Wissen wird möglichst selbsttätig und un gelenkt von den Schüler/innen aufgefrischt. Durch das Arbeiten mit interaktiven Tools und das dabei erforderliche Variieren der Parameter des Funktionsterms steht hier sicher das **Operieren und Interpretieren** im Vordergrund.

- **Erarbeitungsteil, Exaktifizierung:**

In einem Wechsel von Informationstexten, Beispielen und einfachen Grundaufgaben erarbeiten die Schüler/innen Begriffe und eine Definition der reellen Funktion.

Das Aufgreifen der verschiedenen Modelle, die die Schüler/innen bereits kennen lernen konnten, soll ihnen die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten funktionaler Abhängigkeiten aufzeigen und konzentriert sich dabei auf die Kompetenz des **Modellierens**

- **Vertiefung, Transfer:**

Das erworbene Wissen sollen die Schüler/innen abschließend auf neue anwendungsorientierte Aufgabenstellungen aus dem Bereich der Wirtschaft **transferieren**.

Die Schüler/innen werden nach den einzelnen Kapiteln immer wieder aufgefordert, die erarbeiteten Inhalte mit eigenen Worten in kurzen Zügen zusammenzufassen, wodurch eine **Dokumentation** des Lernprozesses sowie der Inhalte gewährleistet wird.

Der ausführliche Teil C ist geeignet als Gruppenpuzzle durchgeführt zu werden (genauere Beschreibung siehe Lernmethode). Hier werden die Schüler/inne aufgefordert, nach eigenem Erarbeiten ihr Wissen in kleinen Gruppen zu **argumentieren und kommunizieren**.

Die meisten Übungen basieren auf Visualisierungen mit der dynamischen Geometriesoftware GeoGebra. Bei Übungen, die auf der Software HotPotatoes basieren, erhalten die Schüler/innen Rückmeldung, ob Antworten richtig sind.

Kurzinformation	
Schulstufe	8. oder 9. Schulstufe bzw. 10. Schulstufe (HAK)
Dauer	7 - 9 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Dynamische Geometrie Software GeoGebra, Java Applets, Internet, Tabellenkalkulation, persönliche Mitschrift
Technische Voraussetzungen	Java, Internet
Autorinnen und Autor	Gabriele Bleier, Heidi Metzger, Andreas Lindner

Kurzinformation

Der Lernpfad Funktionen zur Schnittstelle Sekundarstufe I/Sekundarstufe II dient zur Wiederholung der verschiedenen Zugänge aus dem Bereich der funktionalen Abhängigkeiten. Vom intuitiven Umgang mit Funktionen sollen die Schüler/innen zu einer Exaktifizierung des Funktionsbegriffs geführt werden. Anwendungsaufgaben aus dem Bereich der Wirtschaft bieten Möglichkeiten zur Vertiefung. Der Lernpfad kann am Ende der 8. Schulstufe zur Wiederholung oder in der 9. Schulstufe (bzw. 10. Schulstufe HAK) zur Auffrischung eingesetzt werden.

Voraussetzungen

Fachliche Vorkenntnisse der Schüler/innen

Arbeiten mit Darstellungsformen Diagramm, Graph, Tabelle, Wortformel, Formel, Term
Arbeiten mit direkter und indirekter Proportionalität
Arbeiten mit linearen Funktionen
einfache Verzinsung und Zinseszinsrechnung

Technische Vorkenntnisse der Schüler/innen

dynamische Geometriesoftware GeoGebra verwenden, Funktionen eingeben und Einstellungen des Zeichenblattes (Achseneinstellungen) ändern können
Daten und Formeln mit relativen Zellbezügen in einer Tabellenkalkulation eingeben können

Methodische Vorkenntnisse der Schüler/innen

Mindmap erstellen können
wichtige Informationen erkennen und schriftlich festhalten können
eventuell Methode Gruppenpuzzle (Expertinnen-/Expertenmodell)

Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Darstellungsformen von Funktionen: Prototypen Wortformel, Term, Tabelle, Graph	grafischen Darstellungen deuten können, grafische Darstellungen erstellen und dazu Achsenausschnitt und Skalierung sinnvoll wählen können aus Tabellen Informationen entnehmen können Tabellen anlegen können mit Funktionstermen arbeiten können Texte formulieren können, die funktionale Abhängigkeiten beschreiben Darstellungsformen wechseln können

Modelle zum Beschreiben funktionaler Abhängigkeiten	<p>mit linearen Funktionen arbeiten können, Steigung über den Differenzenquotienten ermitteln können, Funktionsterm ermitteln können</p> <p>direkte und indirekte Proportionalitäten erkennen können</p> <p>am Beispiel Kapitalwachstum den Unterschied zwischen linearem und exponentiellem Wachstum intuitiv erkennen können</p>
Reelle Funktionen	<p>Begriffe abhängige und unabhängige Variable, Funktionsterm, Definitions- und Zielmenge, Stelle, Funktionswert und Punkt erklären können</p> <p>reelle Funktionen als eindeutige Zuordnung verstehen und erkennen</p> <p>Definitionsmenge angeben können</p> <p>verschiedene Schreib- und Sprechweisen kennen</p>
Anwendungsaufgaben zu funktionalen Abhängigkeiten	<p>zu einem Graphen eine Geschichte erzählen können</p> <p>Aufgabenstellungen aus dem Alltag, der Physik bzw. dem Geldwesen vor allem mithilfe der grafischen Darstellung und mithilfe einer Tabelle lösen können</p> <p>das Wissen zu funktionalen Abhängigkeiten auf wirtschaftliche Fragestellungen übertragen können</p>

Didaktischer Hintergrund –

Genderaspekte

Vom Beginn an wurde in diesem Lernpfad darauf geachtet, dass die gewählten Beispiele Mädchen und Burschen gleichermaßen ansprechen. Da immer wieder parallel mehrere Aufgaben zur Auswahl stehen, können die Schüler/innen wählen, welches Thema sie mehr anspricht: Regentonne, Gokartbahn, Marathonläuferin und vieles mehr. Dabei wurde sehr darauf geachtet, Beispiele im „mittleren Raum“ zu gestalten, die Jungen und Mädchen gleichermaßen interessieren.

Zuletzt beinhalten die Anwendungen Themen aus der Wirtschaft, die ebenfalls gendergerecht alle Schüler/innen gleichermaßen betreffen.

Während des Lernpfads werden rein mathematische Inhalte durch interaktive Übungen erarbeitet, die durch den hohen Experimentieranteil sowohl Mädchen als auch Burschen animieren sollen. Durch das Zusammenspiel von Bildbeispielen und Interaktivität wurden die abstrakten Modelle alltagsverständlich heruntergebrochen.

An dem konkreten Beispiel „Taschengeld“ werden die SchülerInnen in ihrer Lebenswelt „abgeholt“ und sollen dieses erworbene Wissen in wirtschaftliche Zusammenhänge übertragen.

Durch die vorgeschlagene Lernmethode des Gruppenpuzzles werden unterschiedliche Lernprozesse ermöglicht wie zum Beispiel kooperatives und integratives Lernen, welche beide Geschlechter gleichermaßen ansprechen.

Kompetenzen

Modellieren:

Probleme aus verschiedenen Anwendungsbereichen in Form einer Gleichung darstellen, diese lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren

Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können

Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständlich arbeiten können

Transferieren

Probleme aus verschiedenen Anwendungsbereichen in Form einer Gleichung darstellen, diese lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren

Praxisbezogene Situationen mit geeigneten Funktionstypen beschreiben (Aufstellen einer Funktionsgleichung)

Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verständlich arbeiten können

Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge wechseln können

Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können

Interpretieren

Probleme aus verschiedenen Anwendungsbereichen in Form einer Gleichung darstellen, diese lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren

Funktionen als Modelle zur Beschreibung der Abhängigkeit zwischen Größen verstehen und interpretieren

Eine lineare Gleichung in 2 Variablen als Beschreibung einer linearen Funktion interpretieren (Geradengleichung; $y = k \cdot x + d$)

Eine lineare Funktion durch Wertetabellen und grafisch im Koordinatensystem darstellen und Anstieg k sowie Ordinatenabschnitt d aus der Grafik entnehmen

Den Einfluss verschiedener Parameter auf die Funktionsverläufe der von angeführten Funktionstypen verstehen, interpretieren und deuten

Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können

Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können

Operieren:

lineare Gleichungen in einer Variablen durch Äquivalenzumformungen lösen

Probleme aus verschiedenen Anwendungsbereichen in Form einer Gleichung darstellen, diese lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren

Eine lineare Funktion durch Wertetabellen und grafisch im Koordinatensystem darstellen und Anstieg k sowie Ordinatenabschnitt d aus der Grafik entnehmen

Argumentieren:

Den Einfluss verschiedener Parameter auf die Funktionsverläufe der von angeführten Funktionstypen verstehen, interpretieren und deuten

lineare Funktion und Exponentialfunktion strukturell vergleichen können

Für gegebene Zusammenhänge entscheiden können, ob man sie als Funktionen betrachten kann

Die Wirkung der Parameter k und d kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können

Einsatz im Unterricht

Lernziele, Zeitplanung und Anforderungen der jeweiligen Lehrkraft müssen den Schüler/innen schriftlich zur Verfügung gestellt werden. Exemplarisch gibt es als Zusatzmaterial einen [Arbeitsplan](#) zur individuellen Bearbeitung im Rich-Text-Format durch die Lehrperson.

Für die Dokumentation der Lerninhalte durch die Schüler/innen seien exemplarisch zwei Möglichkeiten angeführt.

Lerntagebuch:

Die Schüler/innen notieren laufend im Heft Datum, Titel der Übung, wichtiger Inhalt, persönliche Reflexion sowie alle ausdrücklich schriftlich verlangten Arbeitsaufträge.

Portfolio bzw. Gruppenportfolio:

Zusammenstellung der theoretischen Inhalte und ausgewählter Beispiele zu jedem Teilabschnitt (mit Angabe, Durchrechnung, Zeichnung, Antwort) in einer Projektmappe (Papier oder elektronisch möglich).

Lernmethode

Eigenständiges Erarbeiten

Bei Teil A und B: handelt es sich überwiegend um Wiederholung, weshalb es am sinnvollsten ist, die Schüler/innen individuell ihr eigenes Arbeitstempo finden zu lassen. Dabei kann jede(r) nach eigenen Schwerpunkten sich auf den persönlichen Bedarf konzentrieren und eigene Schwerpunkte setzen. Die individuelle Wahl der Beispiele, die parallel angeboten werden, ermöglicht auch einen gendergerechten Zugang zu dem Thema.

Gruppenpuzzle

Teil C: Grundtypen kann in Form eines Gruppenpuzzles (Expertinnen-/Expertenmodell) durchgeführt werden.

(1) Expertinnen-/Expertenrunde

Die Abschnitte Direkte Proportionalität, Indirekte Proportionalität, Lineare Funktion und Steigung einer linearen Funktion werden von in jeweils ein bis zwei Gruppen so erarbeitet, dass jedes Gruppenmitglied in der Lage ist, die wichtigsten Informationen weiterzugeben.

(2) Mischgruppen

Anschließend werden neue Gruppen so zusammengestellt, dass mindestens eine Expertin/ein Experte zu jedem Thema der Gruppe angehört. Die Expert/inn/en wiederholen mit den anderen Gruppenmitgliedern die wichtigsten Inhalte und ausgewählte Übungen. Anschließend werden in der neuen Gruppe die Abschnitte Lineares und exponentielles Wachstum sowie Skalierung bearbeitet.

Partnerarbeit bzw. Arbeit in Kleingruppen

Teil D: Wirtschaftliche Anwendung können in Form von Partnerarbeit oder in Kleingruppen erarbeitet werden. Da in diesem Teil einige Internetrecherchen gewünscht sind bzw., Zusammenfassungen von kurzen Einheiten mit wirtschaftlichen Begriffen verlangt werden, bietet sich eine gemeinsame Erarbeitung zu zweit bzw. in Kleingruppen an.

Leistungsfeststellung und Leistungsbeurteilung

Materialien zur Leistungsfeststellung sind nicht vorgesehen. Zur Leistungsbeurteilung kann die Beobachtung der Mitarbeit im Unterricht sowie die Dokumentation im Lernmedium Heft herangezogen werden. Zusätzlich zu den im Lernpfad vorgegebenen Anleitungen sind vor Beginn der Lernphase mit den Schüler/innen entsprechende Vereinbarungen zur Dokumentation zu treffen (siehe Unterrichtsorganisation).

Die Lernzielkontrolle am Ende des Erarbeitungsteiles zu Funktionsbegriff, Darstellungsformen und Grundtypen dient als Rückmeldung.

Eine Zusammenstellung der wichtigsten [Lösungen](#) gibt es zum Bearbeiten im Rich-Text-Format.